Sommaire

Partie A : COURS

Chapitre I : EQUATIONS - SYSTEMES

I. EQUATIONS DU PREMIER DEGRE

1° Définition

Une équation du premier degré a pour forme générale $ax + b = 0$.

- Si $a \neq 0$ alors l'équation a une solution unique $x = -\frac{b}{a}$ $\Rightarrow S = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$
- Si $a = 0$ alors l'équation a - soit une infinité de solutions $\Rightarrow S = \mathbb{R}$
  - soit aucune solution $\Rightarrow S = \emptyset$

2° Règles fondamentales

REGLE N° 1 : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

On applique cette règle pour résoudre une équation-produit, c'est-à-dire une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$.

Soient a, b, c et d quatre réels, avec a et c $\neq 0$:

$(ax + b)(cx + d) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad$ Soit $ax + b = 0$ soit $cx + d = 0$

L'équation a donc deux solutions : $x = -\frac{b}{a}$ et $x = -\frac{d}{c}$.

EXEMPLE : $(2x - 3)(x + 4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad$ soit $2x - 3 = 0$ soit $x + 4 = 0$

Donc $x = \frac{3}{2}$ et $x = -4$ $\quad S = \left\{-4; \frac{3}{2}\right\}$.

REGLE N° 2 : Un quotient existe si et seulement si son dénominateur est non nul. Donc ce quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul.

Soient a, b et c trois réels, avec a et c $\neq 0$:

$\frac{ax + b}{c} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$

EXEMPLE : Résoudre $\frac{-5x + 4}{x + 2} = 0$

1. L'équation existe si et seulement si $x + 2 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq -2$
2. $\frac{-5x + 4}{x + 2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -5x + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{4}{5}$ donc $S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$.

3° Méthode pour résoudre une équation du premier degré

- $\boxed{\textbf{Cas où } a \neq 0}$

Exemple : Résoudre : $3x + 2 = -5x + 8$

Etape 1 : On regroupe tous les termes contenant x à gauche du signe =, et tous les autres termes à droite.

$3x + 5x = 8 - 2 \quad \Leftrightarrow \quad 8x = 6$

Etape 2 : On isole x à gauche du signe égal. Pour cela, on divise les deux membres de l'équation par 8 : $x = \frac{6}{8}$ donc $x = \frac{3}{4}$.

La solution de l'équation est $\frac{3}{4}$. $\quad S = \left\{\frac{3}{4}\right\}$.

Remarque : Une équation du premier degré a en général une solution unique.

- $\boxed{\textbf{Cas où } a = 0}$

Cas n° 1: Une équation peut avoir une infinité de solutions.

Exemple : $4x + 1 + x = 3 + 5x - 2$
$5x - 5x = 1 - 1$
$0 = 0$ L'égalité obtenue est vraie quelque soit la valeur de x choisie.

Donc l'équation admet une infinité de solutions : $S = \mathbb{R}$

Cas n° 2 : Une équation peut n'avoir aucune solution.

Exemple : $3x + 2 = 2x + 5 + x$
$3x - 3x = 5 - 2$
$0 = 3$ L'égalité obtenue est fausse puisque $0 \neq 3$.

Donc il n'y a aucune valeur de x vérifiant l'équation. L'équation n'admet donc aucune solution : $S = \varnothing$.

II. EQUATIONS DU SECOND DEGRE

1° Définition

Une équation du second degré a pour forme générale $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$. Pour résoudre ce type d'équations, on factorise soit en trouvant un facteur commun, soit grâce aux identités remarquables.
Une équation du second degré peut avoir 0, 1 ou 2 solutions.

2° Méthode pour résoudre une équation du second degré

Pour résoudre une équation du second degré :

1) On regroupe tous les membres du côté gauche.
2) On factorise l'expression obtenue.
3) On résout l'équation-produit obtenue.
4) On donne l'ensemble des solutions.

- **Cas où l'équation a deux solutions**

Exemple : Résoudre : $x^2 - 16 = (2x + 1)(x + 4)$

Etape 1 : On place tous les termes de l'équation à gauche du signe égal, de façon à obtenir 0 à droite. On a alors : $x^2 - 16 - (2x + 1)(x + 4) = 0$

Etape 2 : On factorise le côté gauche de l'équation en utilisant la méthode de factorisation habituelle et/ou grâce aux identités remarquables.

Ici, on reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui permet de factoriser le premier membre du calcul sous la forme $(a - b)(a + b)$.

On obtient alors : $\underline{(x + 4)}(x - 4) - (2x + 1)\underline{(x + 4)} = 0$

On reconnaît alors le facteur commun $(x + 4)$.

Etape 3 : Une fois la factorisation effectuée, on obtient un produit de facteurs du premier degré (ne contenant plus de x^2). La forme obtenue est appelée **équation-produit**. $(x + 4)(- x - 5) = 0$

Etape 4 : Pour résoudre cette équation-produit, on applique la règle suivante : **un produit de facteurs est nul lorsque l'un au moins des facteurs est nul**.

Donc **soit** $x + 4 = 0$ **soit** $- x - 5 = 0$
$x = -4$ $\qquad -x = 5$
$\qquad x = -5$

L'équation a deux solutions : $S = \{-5; -4\}$.

- $\boxed{\textbf{Cas où l'équation a une seule solution}}$

Exemple : Résoudre : $3x^2 + 12 = 12x$

Etape 1 : On place tous les nombres à gauche : $3x^2 - 12x + 12 = 0$

Etape 2 : On met 3 en facteur dans les trois membres, ce qui fait apparaître l'identité remarquable : $a^2 - 2ab + b^2$. $\quad 3(x^2 - 4x + 4) = 0$

Etape 3 : On factorise grâce à l'identité remarquable ci-dessus, ce qui permet d'obtenir une équation-produit.

$$3(x-2)^2 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad 3(x-2)(x-2) = 0$$

Etape 4 : On résout l'équation-produit, qui a une seule solution :

$$(x-2) = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad x = 2.$$

L'équation a une seule solution : $S = \{2\}$.

- $\boxed{\textbf{Cas où l'équation n'a aucune solution}}$

Exemple : Résoudre : $x^2 - 8x + 7 = 6 - 8x$

Etape 1 : On place tous les nombres à gauche de l'équation et on réduit le calcul :

$$x^2 - 8x + 8x + 7 - 6 = 0$$
$$x^2 + 1 = 0$$

Etape 2 : On ne peut factoriser le côté gauche car on n'a ni facteur commun, ni identité remarquable.
On a une somme de deux carrés : La somme de deux nombres positifs est toujours strictement positive.
Donc pour tout réel x : $x^2 + 1 \neq 0$.
L'équation est impossible. Elle n'a donc aucune solution : $S = \varnothing$.

III. SYSTEMES (RAPPELS)

Si l'on cherche à résoudre deux équations simultanément, on parle de système d'équations.
Un système de deux équations à deux inconnues est de la forme :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues signifie trouver les valeurs du couple (x ; y) qui vérifient les deux équations.

1° Résolution par substitution

EXEMPLE : Résoudre : $\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$

Etape 1 : On isole l'une des inconnues à gauche d'une des équations (ici, on décide par exemple d'isoler *x* à gauche, dans la première équation).

$$\begin{cases} x = -2y + 4 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

Etape 2 : Dans la deuxième équation, on remplace *x* par sa valeur en *y* trouvée dans la première équation. L'objectif est de n'avoir plus qu'une inconnue *y* dans la deuxième équation, afin de pouvoir la résoudre.

$$\begin{cases} x = -2y + 4 \\ 2(-2y + 4) - y - 3 = 0 \end{cases}$$

Etape 3 : On résout la deuxième équation suivant la méthode de résolution des équations à une inconnue. On continue à recopier la première équation, qui ne sera plus transformée avant qu'on ait fini de résoudre la deuxième.

$$\begin{cases} x = -2y + 4 \\ -4y + 8 - y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{On a alors} \quad \begin{cases} x = -2y + 4 \\ -5y = -5 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -2y + 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Etape 4 : Une fois que la deuxième équation est résolue, on injecte la valeur de *y* trouvée dans la première équation, pour calculer la valeur de *x*.

$$\begin{cases} x = -2 \times 1 + 4 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{Donc} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (2 ;1).

2° Résolution par combinaison linéaire

Cette méthode, également appelée méthode d'addition, consiste à éliminer une des inconnues par addition des deux équations.

EXEMPLE : Résoudre : $\begin{cases} 2x + 3y = 2 & L_1 \\ 3x - 5y = -1 & L_2 \end{cases}$

Etape 1 : On choisit par exemple d'éliminer les *y*. Pour cela, on multiplie la première équation par 5 et la deuxième par 3. Ainsi, lorsqu'on additionnera ensuite les deux équations, les *y* s'annuleront.

$$\begin{array}{l} 5 \times L_1 \\ 3 \times L_2 \end{array} \begin{cases} 10x + 15y = 10 \\ 9x - 15y = -3 \end{cases}$$

Etape 2 : On additionne les deux équations membre à membre. La nouvelle équation ainsi obtenue apparaîtra en première position, et en deuxième position, on réécrit l'une des deux lignes initiales au choix, de façon à avoir toujours deux équations, donc deux inconnues.

$$L_1 + L_2 \quad \begin{cases} 10x + 9x + 15y - 15y = 10 - 3 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \begin{cases} 19x = 7 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

Etape 3 : En première position, on a obtenu une équation à une inconnue, ce qui permet de trouver *x*. Puis, on réinjecte la valeur de *x* trouvée dans la deuxième équation, ce qui permet ensuite de calculer *y*.

$$\begin{cases} x = \dfrac{7}{19} \\ 2(\dfrac{7}{19}) + 3y = 2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x = \dfrac{7}{19} \\ 3y = 2 - \dfrac{14}{19} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = \dfrac{7}{19} \\ y = \dfrac{8}{19} \end{cases}$$

La solution du système est le couple $\left(\dfrac{7}{19};\dfrac{8}{19}\right)$.

Chapitre II : ORDRE – ENCADREMENTS - INEQUATIONS

I. ORDRE ET ENCADREMENTS

1° Définition

Soient trois nombres réels a, b et x.

On dit que a et b encadrent x si $a \leq x \leq b$.

On lit alors « x compris entre a et b » ou encore « a inférieur ou égal à x inférieur ou égal à b ».
Un encadrement est une double inégalité.

2° Règles d'opérations sur les inégalités

REGLE N°1 :
On peut ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre d'une inégalité et on obtient alors une inégalité de même sens :

Soient a, b, c et x quatre réels.
Si $a \leq x \leq b$ alors $a+c \leq x+c \leq b+c$
et $a-c \leq x-c \leq b-c$

EXEMPLE :
La longueur d'une table est comprise entre 2,5 m et 3 m. On ajoute une rallonge de 50 cm. Donner un encadrement de la table munie de la rallonge.

On a $2{,}5 \leq L \leq 3$ donc $2{,}5+0{,}5 \leq L+0{,}5 \leq 3+0{,}5$
et $\underline{3 \leq L' \leq 3{,}5}$.

Une fois la rallonge installée, la longueur de la table est comprise entre 3 m et 3,5 m.

REGLE N°2 :
- On peut multiplier ou diviser chaque membre d'une inégalité par un même nombre positif, et on obtient une inégalité de même sens :

Soient a, b et x trois réels, **et c un réel strictement positif**.

Si $a \leq x \leq b$ alors $ac \leq xc \leq bc$
Et $\frac{a}{c} \leq \frac{x}{c} \leq \frac{b}{c}$

- On peut multiplier ou diviser chaque membre d'une inégalité par un même nombre négatif, **à condition de changer le sens de l'inégalité** :

Soient a, b et x trois réels, **et c un réel strictement négatif**.

Si $a \leq x \leq b$ alors $ac \geq xc \geq bc$
Et $\frac{a}{c} \geq \frac{x}{c} \geq \frac{b}{c}$

EXEMPLE :

Soit un nombre *x*, tel que $1{,}8 \leq x \leq 2{,}1$. Encadrer les nombres 3x et $-\frac{x}{2}$.

$1{,}8 \leq x \leq 2{,}1$ donc $3 \times 1{,}8 \leq 3 \times x \leq 3 \times 2{,}1$ $\Rightarrow$ $\underline{5{,}4 \leq 3x \leq 6{,}3}$

$1{,}8 \leq x \leq 2{,}1$ donc $-\frac{1}{2} \times 1{,}8 \geq -\frac{1}{2} \times x \geq -\frac{1}{2} \times 2{,}1$

$\Rightarrow$ $-0{,}9 \geq -\frac{x}{2} \geq -1{,}05$ $\Rightarrow$ $\underline{-1{,}05 \leq -\frac{x}{2} \leq -0{,}9}$.

REGLE N°3 :
On peut ajouter membre à membre deux inégalités de même sens :
Soient six réels a, b, c, d, x, et y.
Si $\begin{cases} a \le x \le b \\ c \le y \le d \end{cases}$ alors $a + c \le x + y \le b + d$

EXEMPLE : Un fermier achète un champ rectangulaire, dont il ne connaît pas les dimensions exactes. Il sait cependant que la longueur *L* du champ est comprise entre 38 et 42 m, et que sa largeur *l* est comprise entre 17 et 21 m.
Afin de déterminer la longueur de clôture nécessaire, il souhaite effectuer un encadrement du périmètre de son champ.
On a : $\begin{cases} 38 \le L \le 42 \\ 17 \le l \le 21 \end{cases}$ donc $38 + 17 \le L + l \le 42 + 21$ $\Rightarrow$ $55 \le L + l \le 63$.
Pour obtenir le périmètre, on multiplie chaque membre de l'inégalité par 2 :
$110 \le 2(L + l) \le 126$ donc $\underline{110 \le P \le 126}$.

Le périmètre du champ est compris entre 110 et 126 mètres.

REGLE N°4 :
On peut multiplier membre à membre deux inégalités de même sens
si elles ne contiennent que des nombres positifs :
Soient six réels **positifs** a, b, c, d, x, et y.
Si $\begin{cases} a \le x \le b \\ c \le y \le d \end{cases}$ alors $ac \le xy \le bd$

EXEMPLE : Le fermier de l'exemple précédent souhaite à présent obtenir un encadrement de l'aire de son champ, afin de savoir quelle surface il aura à labourer.
On a : $\begin{cases} 38 \le L \le 42 \\ 17 \le l \le 21 \end{cases}$ donc $38 \times 17 \le L \times l \le 42 \times 21$ $\Rightarrow$ $646 \le A \le 882$
Donc l'aire du champ est comprise entre 646 et 882 mètres carrés.

ATTENTION !
On ne peut jamais soustraire ni diviser deux inégalités membre à membre.

3° Propriétés fondamentales

PROPRIETE 1 :
Si deux réels positifs sont dans un ordre, leurs carrés sont dans le même ordre :
si $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \end{cases}$ et $a \le b$ alors $a^2 \le b^2$
Si deux réels négatifs sont dans un ordre, leurs carrés sont dans l'ordre inverse :
si $\begin{cases} a \le 0 \\ b \le 0 \end{cases}$ et $a \le b$ alors $a^2 \ge b^2$

EXEMPLES : $2 < 3$ $\Rightarrow$ $4 < 9$
$(-3) < (-2)$ $\Rightarrow$ $(-3)^2 > (-2)^2$ $\Rightarrow$ $9 > 4$

PROPRIETE 2 :
Si deux réels positifs sont dans un ordre, leurs racines carrées sont dans le même ordre :
si $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \end{cases}$ et $a \le b$ alors $\sqrt{a} \le \sqrt{b}$

PROPRIETE 3 :
Si deux réels <u>strictement</u> positifs sont dans un ordre, leurs inverses sont dans l'ordre inverse :

si $a > 0$ et $b > 0$ et $a \leq b$ alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

EXERCICE D'APPLICATION :
Soient x et y deux réels positifs, tels que $x \leq y$.

1. Comparer les nombres $3\sqrt{x} - 5$ et $3\sqrt{y} - 5$.
2. Comparer les nombres $-2x^2 + 3$ et $-2y^2 + 3$.
3. Comparer les nombres $\frac{1}{x+4}$ et $\frac{1}{y+4}$.

SOLUTION : On utilise les règles d'opérations et propriétés sur les inégalités pour former les nombres à comparer.

1. On a $x \leq y$ et $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ donc $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$ Propriété 2

On multiplie chaque membre par 3 : $3\sqrt{x} \leq 3\sqrt{y}$ Règle n° 2

On soustrait 5 à chaque membre :

$\underline{3\sqrt{x} - 5 \leq 3\sqrt{y} - 5}$ Règle n° 1

2. On a $x \leq y$ et $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ donc $x^2 \leq y^2$ Propriété 1

On multiplie chaque membre par (-2) et on change le sens de l'inégalité : $-2x^2 \geq -2y^2$ Règle n° 2

On ajoute 3 à chaque membre : $\underline{-2x^2 + 3 \geq -2y^2 + 3}$ Règle n° 1

3. On a $x \leq y$ et $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ donc $x + 4 > 0$ et $y + 4 > 0$ Règle n° 1 et $x + 4 \leq y + 4$

On applique la règle des inverses : $\underline{\frac{1}{x+4} \geq \frac{1}{y+4}}$ Propriété 3.

II. INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE (RAPPELS)

1° Définition

Une inéquation du premier degré a pour forme générale $ax + b \geq 0$ (le signe $\geq$ peut être remplacé par $\leq$, ou $>$, ou $<$).
Résoudre une inéquation, c'est trouver l'ensemble des valeurs de x qui vérifient l'inégalité. La solution d'une inéquation est en général un intervalle.

- Si $a \neq 0$ alors l'inéquation a pour solution l'intervalle [-b/a ; + ∞ [si $a > 0$
  ou l'intervalle] - ∞ ; -b/a] si $a < 0$
- Si $a = 0$ alors l'inéquation a :
  - soit une infinité de solutions si $b \geq 0 \Rightarrow \mathcal{S} =]-\infty ; +\infty[$
  - soit aucune solution si $b < 0 \Rightarrow \mathcal{S} = \varnothing$

2° Inégalités et intervalles

INEGALITE LARGE			INEGALITE STRICTE		
Le signe $\geq$ se lit « **supérieur ou égal à** ».			Le signe $>$ se lit « **strictement supérieur à** ».		
Le signe $\leq$ se lit « **inférieur ou égal à** ».			Le signe $<$ se lit « **strictement inférieur à** ».		
$x \geq k$	$\Leftrightarrow$	$x \in [k ; +\infty[$	$x > k$	$\Leftrightarrow$	$x \in]k ; +\infty[$
$x \leq k$	$\Leftrightarrow$	$x \in]-\infty ; k]$	$x < k$	$\Leftrightarrow$	$x \in]-\infty; k[$

3° Méthode pour résoudre une inéquation du premier degré

Pour résoudre une inéquation, on procède de la même façon que pour les équations du premier degré :
on regroupe les x à gauche et les autres termes à droite, puis on isole x à gauche.

ATTENTION !

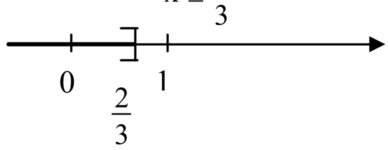
REGLE FONDAMENTALE SPECIFIQUE AUX INEQUATIONS
Si on multiplie ou si on divise les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, on obtient une inéquation de sens contraire.
EXEMPLE : $-3x+2 \leq 7 \quad \Leftrightarrow \quad -3x \leq 5$
On divise par (-3) pour isoler x $\Rightarrow$ **l'inéquation change de sens.**
On a alors : $x \geq \frac{5}{-3} \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -\frac{5}{3}$.

4° Représentation graphique d'une inéquation

CAS D'UNE INEGALITE LARGE

Exemple : $3x \leq 2$

$x \leq \frac{2}{3}$

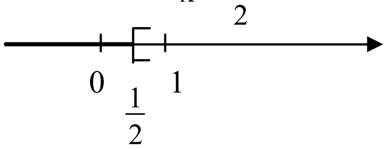


$S = \left]-\infty;\frac{2}{3}\right]$

CAS D'UNE INEGALITE STRICTE

Exemple : $2x < 1$

$x < \frac{1}{2}$



$S = \left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$

III. AUTRES INEQUATIONS

1° Résoudre une inéquation du second degré

Pour résoudre une inéquation du second degré, on procède de la même façon que pour résoudre une équation du second degré lors des étapes 1 et 2 : on regroupe tous les membres du côté gauche, puis on factorise l'expression. On est alors ramené à une étude du signe de l'expression factorisée.

Exemple : Résoudre : $x^2 - 16 < (2x+1)(x+4)$

Etape 1 : On place tous les termes de l'équation à gauche du signe égal, de façon à obtenir 0 à droite.

On a alors : $x^2 - 16 - (2x+1)(x+4) < 0$

Etape 2 : On factorise le côté gauche de l'équation en utilisant la méthode de factorisation habituelle ou grâce aux identités remarquables.

Ici, on reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ **qui permet de factoriser le premier membre du calcul sous la forme** $(a-b)(a+b)$**.**

On obtient alors : $\underline{(x+4)}(x-4) - (2x+1)\underline{(x+4)} < 0$

On reconnaît alors le facteur commun $(x+4)$ qui permet de factoriser l'ensemble du calcul.

Une fois la factorisation effectuée, on obtient un produit de facteurs :

$$(x+4)(-x-5) < 0$$

Etape 3 : Résoudre cette inéquation revient à étudier le signe de ce produit de deux facteurs. Pour cela, on établit un tableau de signes dans lequel on étudie le signe de chaque facteur suivant les valeurs de x. La dernière ligne du tableau permet alors d'obtenir le signe du produit, en appliquant les règles de signes usuelles :

x	$-\infty$		-5		-4		$+\infty$
$x+4$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x-5$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$(x+4)(-x-5)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$x + 4$ est positif si $x > -4$ et négatif dans les autres cas.

$-x-5$ est positif si $x < -5$ et négatif dans les autres cas.

Etape 4 : On lit alors la solution de l'inéquation à la dernière ligne du tableau de signes.
La solution de l'inéquation est l'ensemble des valeurs de *x*, pour lesquelles le produit de deux facteurs est strictement négatif.
Donc : $(x+4)(-x-5) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad S =]-\infty;-5[\cup]-4;+\infty[$

2° Résoudre une inéquation contenant un quotient

Pour résoudre une inéquation contenant un ou plusieurs quotients, on procède de la manière suivante :
1) Préciser les conditions d'existence de l'inéquation et les valeurs interdites qui en découlent.
2) Regrouper tous les membres de l'équation à gauche, et les réduire au même dénominateur.
3) Etudier le signe du quotient obtenu à l'aide d'un tableau.
4) En déduire l'ensemble des solutions.

Exemple : Résoudre : $\frac{2}{x+1} > \frac{1}{2x-4}$

Etape 1 : L'inéquation existe si et seulement si : $x+1 \neq 0$ et $2x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 2$
Les valeurs interdites sont donc –1 et 2.

Etape 2 : On regroupe tous les membres de l'inéquation à gauche et on les réduit au même dénominateur :

$$\frac{2}{x+1} - \frac{1}{2x-4} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2(2x-4)-1(x+1)}{(x+1)(2x-4)} > 0 \Leftrightarrow \quad \frac{4x-8-x-1}{(x+1)(2x-4)} > 0$$

Donc on a : $\frac{3x-9}{(x+1)(2x-4)} > 0$

Etape 3 : On étudie le signe du quotient obtenu à l'aide d'un tableau. Ici, le signe du quotient dépend des signes des trois parenthèses qui le constituent :

$3x-9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$ — $3x-9$ est <u>positif</u> si x est supérieur à 3 , égal à 0 si x est égal à 3
$x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ — $x+1$ est <u>positif</u> si x est supérieur à –1, égal à 0 si x est égal à –1
$2x-4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ — $2x-4$ est <u>positif</u> si x est supérieur à 2, égal à 0 si x est égal à 2

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$3x-9$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$2x-4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$\frac{3x-9}{(x+1)(2x-4)}$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	

La double barre indique une valeur interdite.

Etape 4 : On en déduit l'ensemble des solutions. $\frac{3x-9}{(x+1)(2x-4)} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad S =]-1; 2[\cup]3; +\infty[$

Chapitre III : FONCTIONS

I. GENERALITES SUR LES FONCTIONS

1° Domaine de définition

Le domaine de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la fonction existe.
Si la fonction existe pour tout réel x, alors le domaine de définition est l'ensemble des réels $\mathbb{R}$, noté aussi $]-\infty ; +\infty[$.
Si la fonction est impossible pour certaines valeurs de x, alors on exclut ces valeurs du domaine de définition (ce sont les valeurs interdites).

En 2e, on rencontre principalement deux cas de figure dans le cas où une fonction est impossible:
1) S'il y a dans cette fonction un dénominateur qui est nul.
2) S'il y a dans cette fonction la racine carrée d'un nombre négatif.
Ces deux cas sont impossibles : pour éviter qu'ils se produisent, certaines valeurs doivent être exclues du domaine de définition.

CAS N° 1 : Fonction contenant un quotient au dénominateur inconnu.
Si une fonction contient un dénominateur inconnu (contenant x), alors la fonction existe si et seulement si ce dénominateur est différent de zéro.

EXEMPLE 1 : Soit la fonction $f(x)=\dfrac{3x+1}{2x-4}$. Déterminer le domaine de définition de f.

La fonction f existe si et seulement si $2x-4 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq 2$

Donc pour $x = 2$, la fonction est impossible. 2 est valeur interdite.

Donc la fonction existe pour tout $x \in]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$
On écrit $D_f =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

CAS N° 2 : Fonction contenant la racine carrée d'un nombre inconnu.
Si dans une fonction, le nombre situé sous la racine carrée est inconnu (s'il contient x), alors la fonction existe si et seulement si ce nombre est supérieur ou égal à 0.

EXEMPLE 2 : Soit la fonction $f(x)=\sqrt{-2x+1}$
Déterminer le domaine de définition de f.

La fonction f existe si et seulement si $-2x+1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow -2x \geq -1 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq \dfrac{1}{2}$.

Donc la fonction existe pour tout $x \in]-\infty ; \dfrac{1}{2}]$ On écrit $D_f =]-\infty ; \dfrac{1}{2}]$

REMARQUE : En général, une fonction contient plusieurs dénominateurs et/ou radicaux inconnus. Dans ce cas, on traite chaque condition d'existence séparément, et le domaine de définition de la fonction sera l'intersection de chaque intervalle.

EXEMPLE : Soit la fonction $f(x)=\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{\sqrt{x-1}}{5}$
Déterminer le domaine de définition de f.

La fonction existe si et seulement si :

1) $x-3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$ donc $x \in]-\infty ; 3[\cup]3 ; +\infty[$
2) $x-1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq 1$ donc $x \in [1 ; +\infty[$

Donc le domaine de définition de f est $D_f = [1 ; 3[\cup]3 ; +\infty[$

2° Variations d'une fonction

DEFINITIONS :
a et b étant deux nombres réels appartenant à I :

- Une fonction f est **strictement croissante** sur l'intervalle I, si et seulement si : si $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

(c'est-à-dire si les images de deux nombres par f sont dans le même ordre que ces nombres, et réciproquement).

- Une fonction f est **strictement décroissante** sur l'intervalle I, si et seulement si : si $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.

(c'est-à-dire si les images de deux nombres par f sont dans l'ordre inverse de ces nombres, et réciproquement).

- Une fonction f est **constante** sur I si et seulement si :

si $a < b \Rightarrow \quad f(a) =. f(b)$

(c'est-à-dire si les images de deux nombres par f sont égales, quels que soient ces deux nombres).

METHODE POUR DETERMINER LES VARIATIONS D'UNE FONCTION SUR UN INTERVALLE DONNE

Etudier les variations d'une fonction sur un intervalle signifie déterminer si la fonction est croissante, décroissante ou constante sur cet intervalle. Pour cela, il faut :

1) Choisir deux réels a et b appartenant à l'intervalle, tels que a < b.
2) Calculer leurs images f(a), f(b), puis la différence f(a) - f(b).
3) Simplifier au maximum f(a) - f(b) de façon à obtenir une forme factorisée.
4) Etudier le signe de l'expression f(a) - f(b).
5) Conclure en comparant l'ordre de a et b avec l'ordre de leurs images f(a) et f(b).

EXEMPLE : Soit la fonction $f(x) = \dfrac{x-5}{x+2}$ définie sur] -∞ ; -2 [∪] –2 ; +∞[

Etudier les variations de f sur] -∞ ; -2 [

Etape 1 : Soient a et b appartenant à] -∞ ; -2 [
Donc on a : a < -2 b < -2 et on pose a < b

Etape 2 : On calcule les images de a et b.

$f(a) = \dfrac{a-5}{a+2}$ $\qquad f(b) = \dfrac{b-5}{b+2}$ $\qquad$ donc $\qquad f(a) - f(b) = \dfrac{a-5}{a+2} - \dfrac{b-5}{b+2}$

Etape 3 : On réduit l'expression au même dénominateur, on la réduit et on la factorise.

$$f(a) - f(b) = \frac{(a-5)(b+2) - (b-5)(a+2)}{(a+2)(b+2)}$$

On développe le numérateur afin de pouvoir le réduire au maximum.

$$f(a) - f(b) = \frac{ab + 2a - 5b - 10 - (ab + 2b - 5a - 10)}{(a+2)(b+2)}$$

On ne développe pas le dénominateur car il est déjà sous la forme factorisée souhaitée.

$$f(a) - f(b) = \frac{ab + 2a - 5b - 10 - ab - 2b + 5a + 10}{(a+2)(b+2)}$$

$$f(a) - f(b) = \frac{2a - 5b - 2b + 5a}{(a+2)(b+2)}$$

$$f(a) - f(b) = \frac{7a - 7b}{(a+2)(b+2)}$$

Une fois le numérateur réduit au maximum, on le factorise si c'est possible (ici, on factorise par 7).

Donc $f(a) - f(b) = \dfrac{7(a-b)}{(a+2)(b+2)}$

Etape 4 : On étudie le signe de l'expression f(a) - f(b) obtenue. $\qquad f(a) - f(b) = \dfrac{7(a-b)}{(a+2)(b+2)}$

Signe de (a – b) : comme a < b, alors (a – b) < 0 (négatif)

Signe de (a + 2) : comme a < -2, alors (a + 2) < 0 (négatif)

Signe de (b + 2) : comme b < -2, alors (b + 2) < 0 (négatif)

$$\Rightarrow \frac{7(a-b)}{(a+2)(b+2)} < 0$$

On a donc f(a) - f(b) < 0, ce qui équivaut à <u>f(a) < f(b)</u>.

<u>Etape 5</u> : Comparons l'ordre de a et b, avec l'ordre de f(a) et f(b).
Si a < b, alors f(a) < f(b). Donc la fonction f est croissante sur] -∞ ; -2 [

3° Tableau de variations – extremum d'une fonction

a - <u>Tableau de variations d'une fonction</u>

Le tableau de variations d'une fonction permet de présenter en résumé les variations d'une fonction qu'on aura déterminées sur les différents intervalles du domaine de définition, à l'aide de la méthode précédente.

EXEMPLE : Soit la fonction $f(x) = x^2 + 2$

$D_f =]-\infty;+\infty[$

L'étude des variations de *f* donne : f décroissante sur]-∞ ; 0]
f croissante sur [0 ; +∞[.

On peut donc dresser le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	2	↗	

$\boxed{f(0) = 0^2 + 2 = 2}$

b - <u>Extremum d'une fonction</u>

DEFINITION :
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

On dit que f présente un maximum égal à $f(x_0)$ en x_0,
si pour tout x appartenant à I, on a : $f(x) \leq f(x_0)$

On dit que f présente un minimum égal à $f(x_0)$ en x_0,
si pour tout x appartenant à I, on a : $f(x) \geq f(x_0)$

EXEMPLE : Reprenons la fonction étudiée dans l'exemple précédent.
$f(x) = x^2 + 2$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	2	↗	

On constate que pour tout x appartenant à]-∞ ; +∞ [, $f(x) \geq f(0)$ car $f(x) \geq 2$

La valeur minimum de la fonction est 2.
On dit que la fonction f présente un minimum égal à 2 en 0.

METHODE POUR DEMONTRER L'EXISTENCE D'UN EXTREMUM

La lecture du tableau de variations permet de constater l'existence d'un extremum. Cependant, dans certains exercices, on demande de le démontrer sans pour autant étudier les variations de f. Dans ce cas, on utilise les règles sur les inégalités (voir chapitre II).
Exemple : Soit $f(x) = x^2 + 2$. Démontrer que f présente un minimum égal à 2 en 0.

Etape 1 : On construit une inégalité avec f(x) à l'aide des règles connues.
Ici on sait que $x^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif ou nul.
On ajoute 2 aux deux membres de l'inégalité de façon à obtenir f(x) à gauche :

$$x^2 + 2 \geq 0 + 2$$

Etape 2 : On a obtenu $f(x) \geq 2$, donc le minimum de la fonction est 2.
Cherchons à présent pour quelle valeur de x cette valeur 2 est obtenue. Pour cela, on résout l'équation $f(x) = 2$.

$$x^2 + 2 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 .$$

Etape 3 : On conclut à l'aide de la définition de l'extremum.
Pour tout x appartenant à]-∞ ; +∞ [, on a $f(x) \geq 2$, donc la fonction présente un minimum égal à 2 en 0.

II. FONCTIONS DE REFERENCE

Les fonctions de référence sont des fonctions usuelles fréquemment rencontrées dans les exercices de 2e. Il est alors inutile d'étudier ces fonctions en détail car leurs variations sont à connaître par cœur.

1° Fonction carré

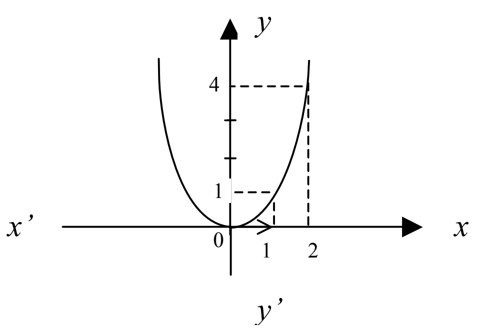
a - Etude de la fonction x^2

$f(x) = x^2$

- Domaine de définition : $D_f =]-\infty;+\infty[$
- Parité : La fonction carré est paire, donc sa courbe admet l'axe (Oy) pour axe de symétrie.
- Variations :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)=x^2$		↘	0	↗	

- Courbe représentative : La courbe représentative de la fonction carré est une parabole.



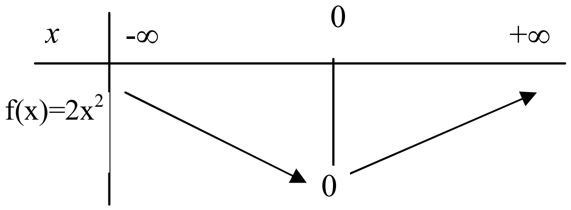
b - Etude de la fonction ax^2

Les fonctions de la forme ax^2 sont du même type que la fonction x^2. Elles ont donc le même domaine de définition, et ce sont des fonctions paires. Leurs courbes représentatives sont des paraboles plus étroites ou plus larges, selon la valeur du réel a.

- Variations : Les variations de la fonction ax^2 dépendent du signe du réel a.

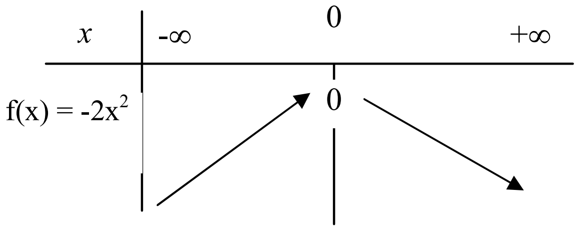
1^er^ cas : si a > 0

Exemple : $f(x) = 2x^2$

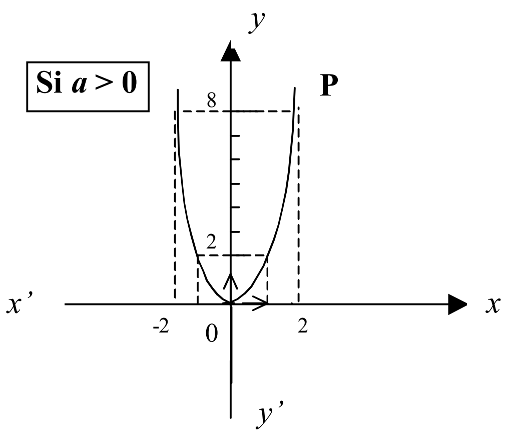


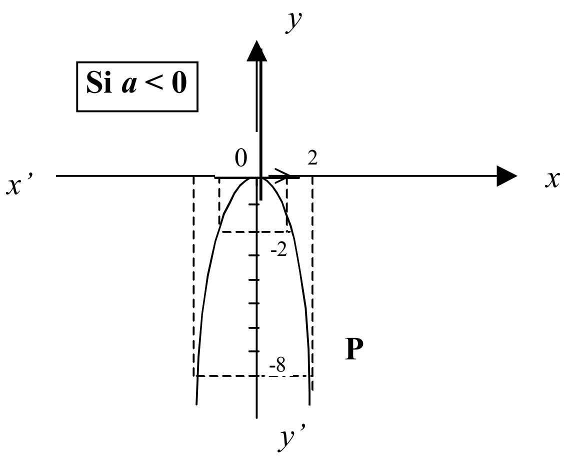
2^e^ cas : si a < 0

Exemple : $f(x) = -2x^2$



- Courbes représentatives : On obtient une parabole orientée vers le haut ou vers le bas, en fonction du signe de a.

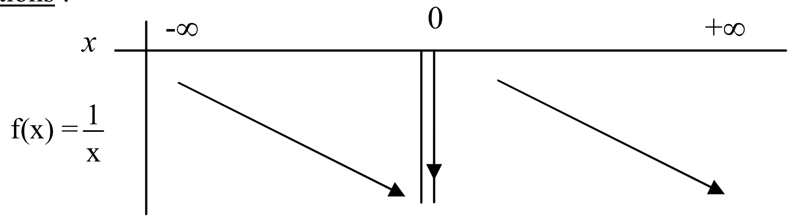




2° Fonction inverse

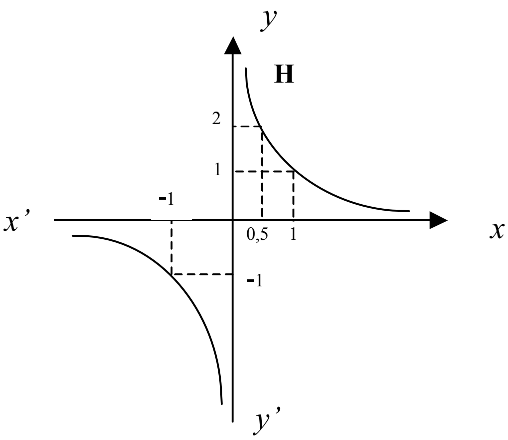
a - Etude de la fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$

- Domaine de définition : $D_f =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
- Parité : La fonction inverse est impaire. Donc sa courbe admet le point O, origine du repère comme centre de symétrie.
- Variations :



0 est exclu du domaine de définition, donc la fonction n'existe pas pour $x = 0$.

- Courbe représentative : La courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole.



b - Etude des fonctions de la forme : $\frac{a}{x}$

Les fonctions de la forme $\frac{a}{x}$ sont du même type que la fonction $\frac{1}{x}$. Elles ont donc le même domaine de définition et sont également impaires. Leurs courbes représentatives sont des hyperboles, plus étroites ou plus écartées des axes, selon la valeur du réel a.

- <u>Variations</u> : Les variations de la fonction $\frac{a}{x}$ dépendent du signe de a.

1er cas : si a > 0

Exemple : $f(x) = \frac{2}{x}$

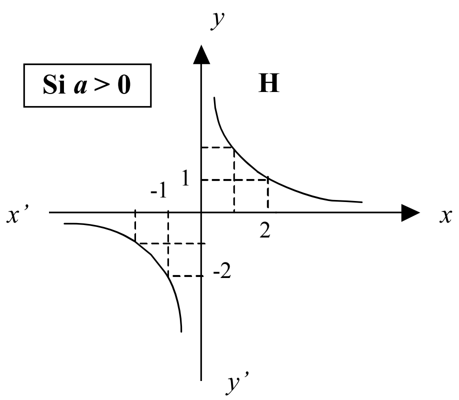
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{2}{x}$		$\searrow$	||	$\searrow$	

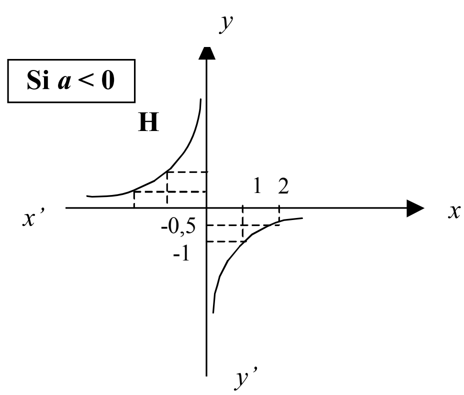
2e cas : si a < 0

Exemple : $f(x) = -\frac{1}{x}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-\frac{1}{x}$		$\nearrow$	||	$\nearrow$	

- <u>Courbes représentatives</u> : On obtient une hyperbole avec deux branches symétriques par rapport à O.





3° Fonction du 2nd degré

Une fonction **polynôme du second degré** est une fonction définie sur ℝ par : $x \mapsto ax^2+bx+c$.
où a,b et c sont des réels appelés **coefficients** et $a \neq 0$

Sa courbe représentative est une **parabole**, elle admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées.

Remarque :
Une expression de la forme ax^2+bx+c avec $a\neq0$ est la **forme développée** d'un polynôme du second degré.
Une expression de la forme $a(x-x_1)(x-x_2)$ avec $a\neq0$ est la **forme factorisée** d'un polynôme du second degré.

Théorème :
Une fonction polynôme du second degré est :

Si $a>0$:
strictement décroissante sur $]-\infty; -b/2a]$ et strictement croissante sur $[-b/2a; +\infty[$.

Si $a<0$:
strictement croissante sur $]-\infty; -b/2a]$ et strictement décroissante sur $[-b/2a; +\infty[$.

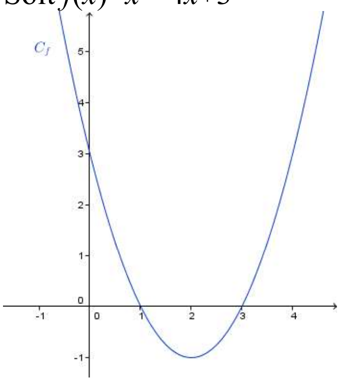
Tableau de variations d'une fonction polynôme du second degré pour $a>0$

x	$-\infty$	$-b/2a$	$+\infty$
f	$\searrow$	min	$\nearrow$

Tableau de variations d'une fonction polynôme du second degré pour $a<0$

x	$-\infty$	$-b/2a$	$+\infty$
f	$\nearrow$	max	$\searrow$

Exemple :
Soit $f(x)=x^2-4x+3$



4° Fonction homographique

Définition :
Soient a, b, c, d quatre réels avec $c\neq0$ et $ad-bc\neq0$.
La fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-dc\}$ par :
$f(x)=ax+bcx+d$

s'appelle une **fonction homographique**.

La courbe représentative d'une fonction homographique est une **hyperbole**.

Remarques :

- La valeur « interdite » $-dc$ est celle qui annule le dénominateur.
- Si $ad-bc=0$, la fraction se simplifie et dans ce cas la fonction f est constante sur son ensemble de définition. Par exemple $f(x)=2x+14x+2=2x+12\times(2x+1)=12$ sur $\mathbb{R}\backslash\{-12\}$

Exemple :

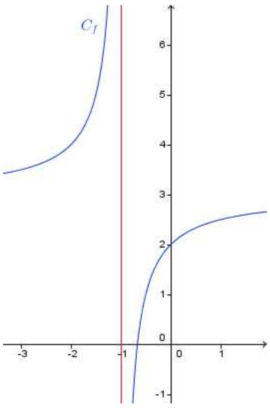
La fonction f telle que :
$f(x)=3x + 2x + 1$
est définie pour $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.

Son ensemble de définition est donc :
$D_f = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$ (ou $D_f =]-\infty ; -1[\cup]1 ; +\infty[$)

Elle est strictement croissante sur chacun des intervalles $]-\infty ; -1[$ et $]1 ; +\infty[$ (pour cet exemple ; ce n'est pas le cas pour toutes les fonctions homographiques !).

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f	$\nearrow$	||	$\nearrow$

Tableau de variations de *f*



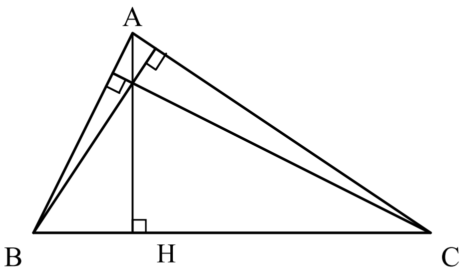
Courbe représentative de *f*

Chapitre IV : CONFIGURATIONS DANS LE PLAN ET TRIGONOMETRIE

I. CONFIGURATIONS DANS LE PLAN (RAPPELS)

1° Droites et points remarquables du triangle

a - Hauteurs et orthocentre

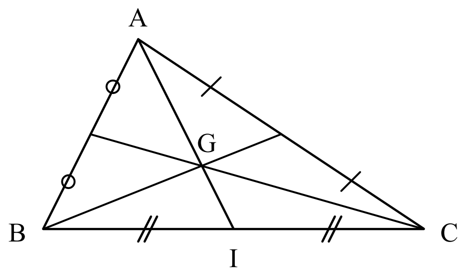


DEFINITION :
La hauteur d'un triangle est la droite issue d'un sommet qui coupe le côté opposé perpendiculairement.

PROPRIETE :
Dans un triangle, les trois hauteurs issues des sommets se coupent en un même point appelé **orthocentre.**

(AH) est la hauteur issue de A. H est le **pied de la hauteur**.

b - Médiane et centre de gravité



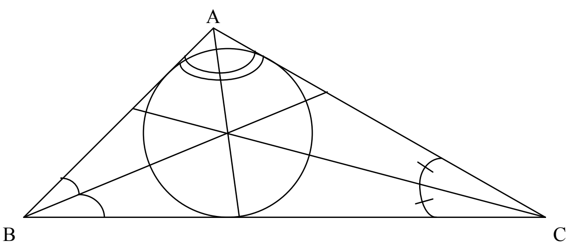
(AI) est la médiane de ABC issue de A.

DEFINITION :
La médiane d'un triangle est la droite issue du sommet et coupant le côté opposé en son milieu.

PROPRIETE :
Les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point appelé **centre de gravité** du triangle.

Ce point est situé aux 2/3 de la médiane : $AG = \frac{2}{3}AI$

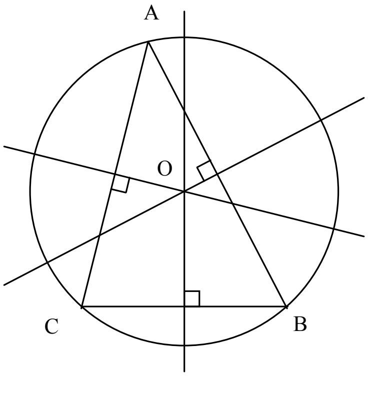
c - Bissectrices et angles inscrit



DEFINITION :
La bissectrice d'un angle est la demi-droite issue du sommet de l'angle et qui le partage en deux angles égaux.

PROPRIETE :
Dans un triangle, les bissectrices des 3 angles se coupent en un même point appelé **centre du cercle inscrit au triangle.**

d - Médiatrices et cercle circonscrit



DEFINITION :
Dans un triangle, la médiatrice d'un côté est la droite qui coupe ce côté perpendiculairement et en son milieu.

PROPRIETE 1 :
La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points situés à égale distance des extrémités de ce segment.

PROPRIETE 2 :
Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un même point appelé **centre du cercle circonscrit au triangle** (le cercle circonscrit au triangle est un cercle qui passe par les trois sommets du triangle).

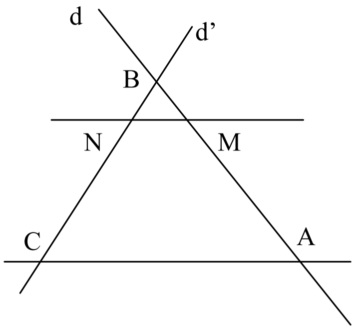
2° Le théorème de Thalès

a - Le théorème de Thalès

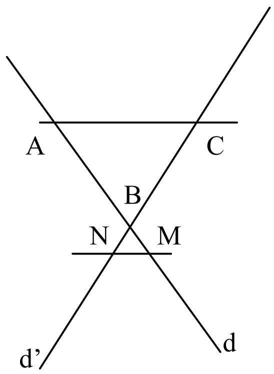
Soient deux droites d et d', sécantes en B et deux droites parallèles qui coupent respectivement d et d' en A et M, et C et N.

Si : 1) B, M, A sont alignés dans cet ordre
2) B, N, C sont alignés dans cet ordre
3) (MN) et (AC) sont parallèles

alors on a : $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$



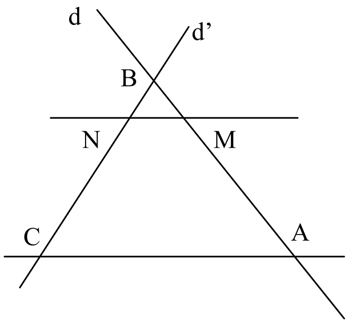
Configuration « triangle »



Configuration « sablier »

b - La réciproque du théorème de Thalès

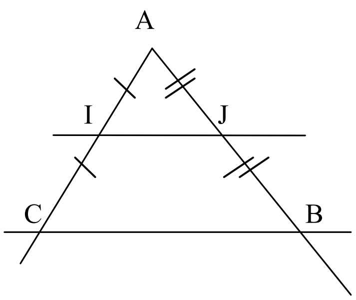
Soient deux droites d et d', sécantes en B et deux droites qui coupent respectivement d et d' en A et M, et C et N.



Si : 1) $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$
2) B, N, C alignés et B, M , A alignés dans le même ordre

alors : les droites (NM) et (CA) sont parallèles.

c - Théorème des milieux



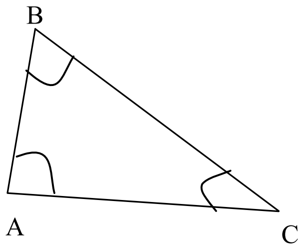
Si J est le milieu de [AB] et I le milieu de [AC] alors les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et IJ = ½ BC.

Si J est le milieu de [AB] et si la parallèle à (BC) passant par J coupe (AC) en I, alors I est le milieu de [AC].

- proportionnalité) tel que : AB = **k** A'B' et BC = **k** B'C' et CA = **k** C'A'. L'aire du triangle ABC est égale à l'aire du triangle A'B'C' multipliée par k^2.
-

II. Les angles (Rappels)

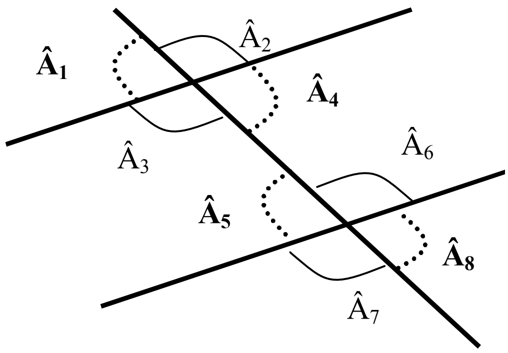
1° Somme des angles dans un triangle



Pour tout triangle ABC :

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180\,°$

2° Angles opposés par le sommet, alternes-internes et correspondants

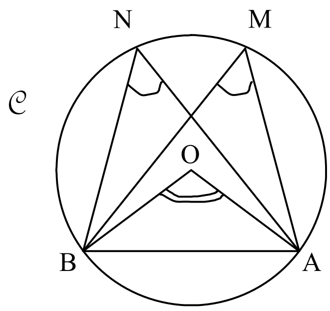


Les droites sur la figure sont parallèles.

Les angles suivants sont égaux (exemples) :

- $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_4$ car ils sont **opposés par le sommet.**
- $\hat{A}_4$ et $\hat{A}_5$ car ils sont **alternes-internes.**
- $\hat{A}_2$ et $\hat{A}_6$ car ils sont **correspondants.**

3° Angles inscrits, angles au centre



Soit un cercle $\mathcal{C}$ de centre O :

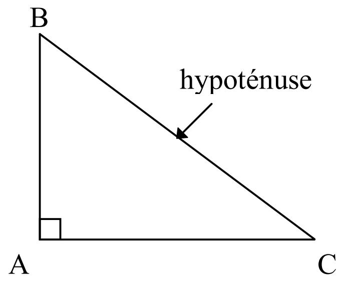
- Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont **inscrits** dans le cercle $\mathcal{C}$.
- Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ **interceptent le même arc** $\overset{\frown}{AB}$.
- L'angle $\widehat{AOB}$ est **l'angle au centre associé à l'angle inscrit** $\widehat{AMB}$ (et aussi à l'angle $\widehat{ANB}$).

Dans un cercle :

- deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$
- un angle au centre associé à un angle inscrit est égal au double de celui-ci : $\widehat{AOB} = \mathbf{2}\ \widehat{AMB} = \mathbf{2}\ \widehat{ANB}$

III. LE TRIANGLE RECTANGLE (RAPPELS)

1° Le théorème de Pythagore



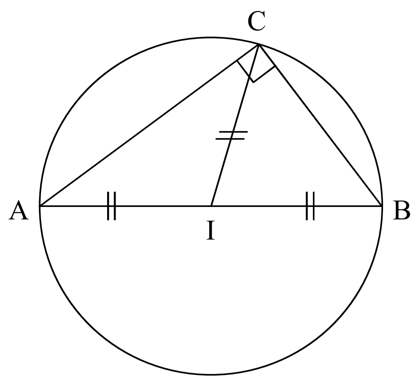
THEOREME DE PYTHAGORE :
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Ceci permet de calculer le troisième côté d'un triangle rectangle si l'on en connaît déjà deux.

Hypothèse : le triangle ABC est rectangle en A.
Conclusion : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE :
Si dans un triangle, le carré du côté le plus grand est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

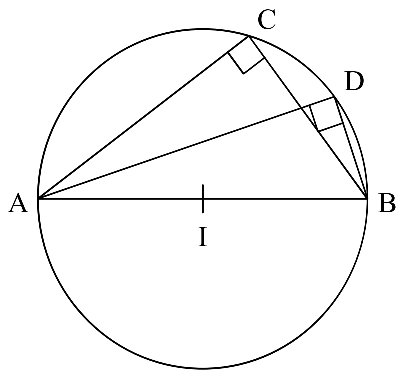
Hypothèse : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Conclusion : le triangle ABC est rectangle en A.

2° Triangle rectangle et cercle



PROPRIETE : CERCLE CIRCONSCRIT ET TRIANGLE RECTANGLE

Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.
L'hypoténuse est donc le diamètre du cercle circonscrit, et la médiane issue de l'angle droit est un rayon.



RECIPROQUE DE LA PROPRIETE :

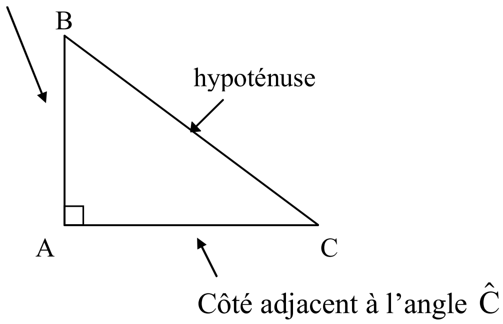
Un triangle dont un des côtés est le diamètre de son cercle circonscrit est un triangle rectangle. Le diamètre est l'hypoténuse du triangle.

3° Cosinus d'un angle

DEFINITION :
Dans un triangle ABC rectangle en A, on définit le cosinus de l'angle $\hat{C}$, noté $\cos\hat{C}$, par :

$$\cos\hat{C} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

Côté opposé à l'angle $\hat{C}$



4° Sinus d'un angle

DEFINITION :
Dans un triangle ABC rectangle en A, on définit le sinus de l'angle $\hat{C}$, noté $\sin\hat{C}$, par :

$$\sin\hat{C} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

PROPRIETE :
Dans un triangle ABC rectangle en A le sinus et le cosinus des angles sont liés par la relation suivante :

$$\sin\hat{C} = \cos\hat{B}$$

5° Tangente d'un angle

DEFINITION :
Dans un triangle ABC rectangle en A, on définit la tangente de l'angle $\hat{C}$, notée $\tan\hat{C}$ par :

$$\tan\hat{C} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AB}{AC}$$

6° Formules de trigonométrie

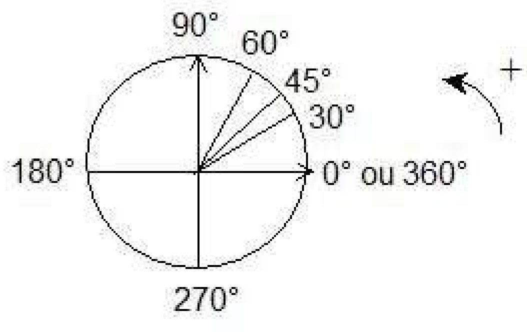
Dans un triangle rectangle, si *x* désigne la mesure de l'un des angles aigus :

$$\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1} \qquad \boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}}$$

IV. CERCLE TRIGONOMETRIQUE

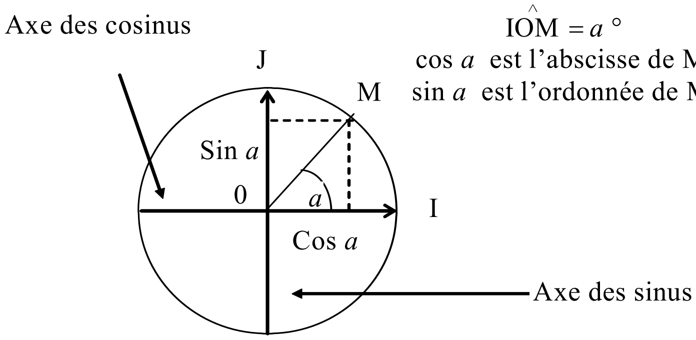
DEFINITION :
Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. Le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ est le cercle de centre O, de rayon 1 et orienté dans le sens inverse du sens des aiguilles d'une montre.

1° Mesure d'un angle sur le cercle trigonométrique



Sur le cercle trigonométrique, on part du point 0 et l'on se déplace autour du cercle.
NB : 1 quart de tour = 90°
1 demi-tour = 180°
1 tour complet = 360°

2° Cosinus et sinus sur le cercle trigonométrique



$\widehat{IOM} = a$ °
cos a est l'abscisse de M.
sin a est l'ordonnée de M.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $\sin^2 a + \cos^2 a = OM^2$.
On retrouve donc la propriété énoncée précédemment : $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Propriétés :

$-1 \le \cos a \le 1$

$-1 \le \sin a \le 1$

3° Relations trigonométriques entre les sinus et cosinus

- **Angles supplémentaires:**
cos (180°-x) = -cos x
sin (180°-x) = sin x

- **Angles de différence π:**
cos (180° + x) = -cos x
sin (180° + x) = - sin x

- **Angles opposés:**
cos (-x) = cos x
sin (-x) = -sin x

- **Angles complémentaires:**
cos (90°-x) = sin x
sin (90°-x) = cos x

- **Autres relations :**
cos (90°+x) = -sin x
sin (90°+x) = cos x

REMARQUE :
On retrouve ces relations en plaçant les différents angles sur le cercle.

Chapitre V : VECTEURS ET REPERES DU PLAN

I. ÉGALITES VECTORIELLES

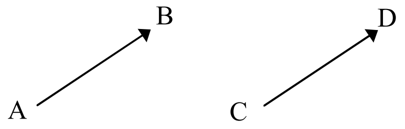
1° Définition et propriétés

DEFINITION :

Soient A et B deux points du plan. On définit alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par ses trois caractéristiques :

- Une direction (celle de la droite (AB))
- Un sens (celui de l'orientation choisie, marqué par le sens de la flèche, donc de A vers B)
- Une norme, ou distance (la longueur AB).

Si deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction (s'ils sont portés par deux droites parallèles), le même sens (flèche dans le même sens), et la même longueur, alors ces deux vecteurs sont égaux.



(AB) // (CD) , $AB = CD$ et $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ de même sens donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

PROPRIETES :

VECTEURS OPPOSES :

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés : ils ont même direction, même longueur, mais sont de sens opposés. On note aussi $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.

VECTEUR NUL : $\vec{0}$ est le vecteur nul. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

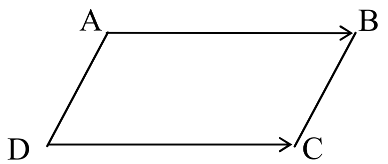
RELATION DE CHASLES :

Si A, B, C sont trois points quelconques du plan, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

VECTEURS ET PARALLÉLOGRAMME :

Soient A, B, C et D quatre points non alignés.

Dans le quadrilatère ABCD, si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



CONSEQUENCE :

Si ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

METHODE PRATIQUE :
Pour démontrer qu'un quadrilatère ABCD est un parallélogramme, il suffit de démontrer que deux vecteurs sont égaux.

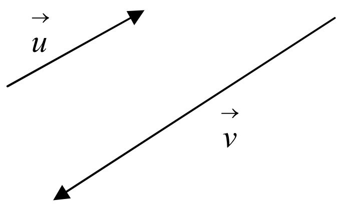
2° Vecteurs colinéaires

a - Définition

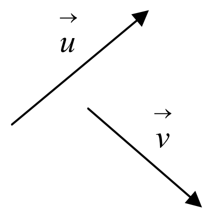
Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel non nul k tel que $\vec{u} = k\,\vec{v}$.

EXEMPLES :

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.



Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.



b - Utiliser la colinéarité des vecteurs

PROPRIETE 1 : Si deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, alors les droites D et D' qui les portent sont parallèles (on dit que les droites D et D' ont pour vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$).

CONSEQUENCE : Pour démontrer que deux droites sont parallèles, il suffit de démontrer que leurs vecteurs directeurs sont colinéaires, et inversement.

PROPRIETE 2 : Soient trois points du plan A, B et C.
Les points A, B et C sont alignés.
équivaut à
$\vec{AB}$ *et* $\vec{AC}$ sont colinéaires

CONSEQUENCE : Pour démontrer que trois points A, B et C sont alignés, il suffit de démontrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires, et inversement.

II. VECTEURS DANS UN REPERE DU PLAN

1° Définitions

REPERE :

Un repère est formé d'un point O appelé origine du repère, et d'une base ($\vec{i}, \vec{j}$), c'est à dire deux vecteurs non colinéaires.
L'axe horizontal est appelé axe des abscisses, et noté (Ox).
L'axe vertical est appelé axe des ordonnées et noté (Oy).

REPERE ORTHONORME :

Quand les axes du repère sont perpendiculaires, et gradués avec la même unité de longueur, on dit que le repère est orthonormé.
C'est le type de repère le plus fréquemment utilisé.

COORDONNEES D'UN POINT DANS UN REPERE (O, $\vec{i}, \vec{j}$) **:**

Les coordonnées d'un point M dans le repère (O, $\vec{i}, \vec{j}$) sont les coordonnées du vecteur $\vec{OM}$ dans la base ($\vec{i}, \vec{j}$).
Dans un repère, tout point du plan possède deux coordonnées.
Première coordonnée du point : c'est l'abscisse, notée x.
Deuxième coordonnée du point : c'est l'ordonnée, notée y.
Ces deux coordonnées peuvent se lire respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.
On note les coordonnées : M (x ; y).

NORME D'UN VECTEUR :

Dans un repère orthonormé, la norme d'un vecteur $\vec{AB}$ est la distance AB.

On note : $\left\|\vec{AB}\right\|$ = AB.

Rappel : Pour calculer AB, on utilise la formule suivante :

$$\left\|\vec{AB}\right\| = \mathrm{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\ .$$

2° Calcul de coordonnées dans un repère

COORDONNEES D'UN VECTEUR :

Pour calculer les coordonnées d'un vecteur $\vec{AB}$ quand on connaît les coordonnées des points A et B, on applique les formules suivantes :

$$\boxed{x_{\vec{AB}} = x_B - x_A \qquad \text{et} \qquad y_{\vec{AB}} = y_B - y_A}$$

COORDONNEES DU MILIEU D'UN SEGMENT :
Soient un point A de coordonnées $(x_A ; y_A)$ et un point B de coordonnées $(x_B ; y_B)$.
Les coordonnées du milieu M de $[AB]$ sont :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

3° Colinéarité de vecteurs dans un repère

a - Définition

Si deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, c'est-à-dire si $\vec{u} = k\,\vec{v}$, alors on obtient les coordonnées de $\vec{u}$,
en multipliant ceux de $\vec{v}$ par le réel *k*.

On a donc : si $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

EXEMPLE : Soit le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, et un vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{u}$.

Calculer les coordonnées de $\vec{v}$: $\vec{v}\begin{pmatrix} -\frac{1}{3}\times 2 \\ -\frac{1}{3}\times 3 \end{pmatrix}$ donc $\vec{v}\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ -1 \end{pmatrix}$.

III. VECTEURS ET EQUATIONS DE DROITES

1° Equation réduite d'une droite

EQUATION D'UNE DROITE QUELCONQUE :

Soit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et une droite D non parallèle à l'axe des ordonnées. Alors les coordonnées (*x* ; *y*)
de tous les points de cette droite D vérifient une équation du type :

y = ax + b avec a et b réels. A est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

EQUATION D'UNE DROITE PARALLELE A L'AXE DES ABSCISSES :

Si une droite D est parallèle à l'axe des abscisses (droite horizontale), alors son coefficient directeur a est nul, et son équation est de la forme :

$$y = b$$

Dans ce cas, tous les points de la droite, quelque soit leur abscisse *x*, ont la même ordonnée *y* qui est égale à b.

EQUATION D'UNE DROITE PARALLELE A L'AXE DES ORDONNEES :

Si une droite est parallèle à l'axe des ordonnées (droite verticale), alors son équation est de la forme :

$$x = k$$

2° Propriétés de l'équation réduite

CALCUL DU COEFFICIENT DIRECTEUR :

Quand on connaît les coordonnées de deux points $A(x_A;y_A)$, et $B(x_B;y_B)$ d'une droite, alors le coefficient directeur a de la droite (AB) est donné par :

$$\boxed{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

VECTEUR DIRECTEUR :

Soit D une droite d'équation $y = ax + b$.

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite D.

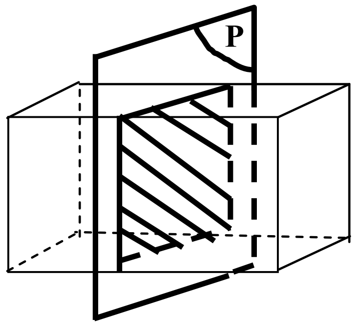
DROITES PARALLELES :

Si deux droites sont parallèles, alors elles ont le même coefficient directeur.

Chapitre VI : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

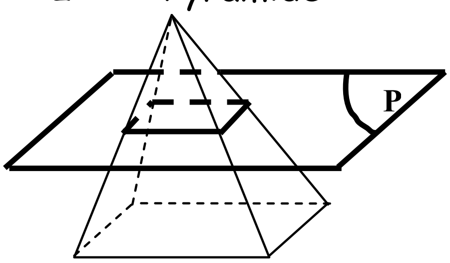
I. SECTION DES SOLIDES USUELS PAR UN PLAN P

1° Pavé droit



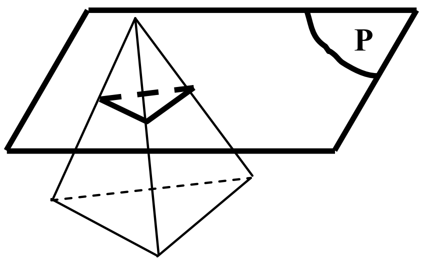
L'intersection d'un pavé droit et d'un plan P est un **rectangle** lorsque le plan P est orthogonal au plan d'une des bases du pavé droit.

2° Pyramide



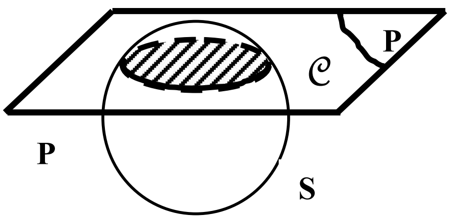
L'intersection d'une pyramide et d'un plan P parallèle à sa base est un **polygone** dont les côtés sont parallèles à ceux de la base.

3° Tétraèdre



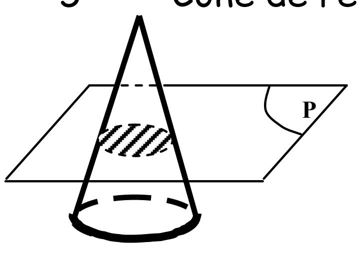
L'intersection d'un tétraèdre et d'un plan P parallèle à l'une de ses bases est un **triangle** dont les côtés sont parallèles à ceux de la base.

4° Sphère



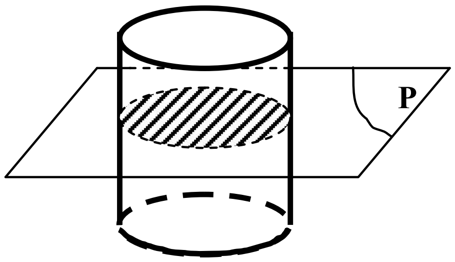
L'intersection d'une sphère avec un plan P est un **cercle.**
Sur le dessin, l'intersection du plan P avec la sphère S est le cercle $\mathcal{C}$.
En perspective cavalière, un cercle est vu sous la forme d'une ellipse si celui-ci n'est pas dans le plan de face.

5° Cône de révolution

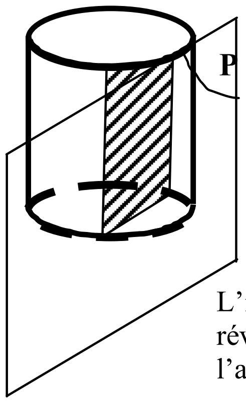


L'intersection d'un cône de révolution avec un plan P parallèle à la base du cône est un **cercle**.

6° Cylindre de révolution



L’intersection d’un cylindre de révolution avec un plan P parallèle aux bases est un **cercle** de même rayon que la base.



L’intersection d’un cylindre de révolution avec un plan P parallèle à l’axe du cylindre est un **rectangle.**

II. REPRESENTATIONS EN PERSPECTIVE CAVALIERE

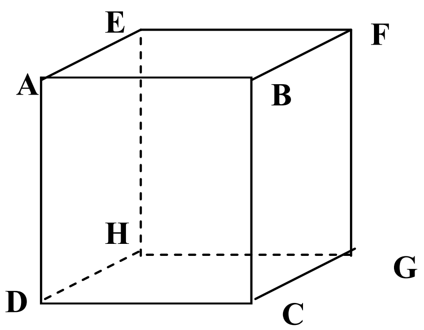
1° Règles de construction

Pour dessiner un volume en perspective cavalière, il faut respecter les règles de construction suivantes :

- On dessine les **traits visibles** en **traits pleins** et les **traits invisibles** en **pointillés**.
- Si deux droites sont **parallèles dans l’espace** alors elles sont représentées **parallèles sur le dessin.**
- Le **milieu d’un segment** reste le **milieu du segment dessiné**.
- Deux **droites concourantes** sont représentées par des **droites concourantes**.
- Des **points alignés** restent **alignés sur le dessin**.
- Pour un **plan de face**, la figure est représentée en **vraie grandeur**.

2° Exemples

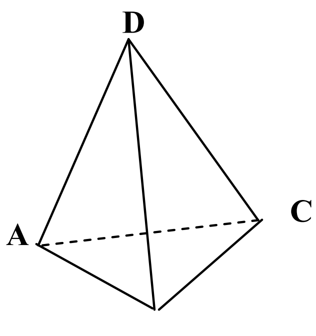
a - Cube



ABCD est un plan de face et est représenté en vraie grandeur.

Les arêtes [DH], [HG] et [HE] ne sont pas visibles. Elles sont donc représentées en pointillés.

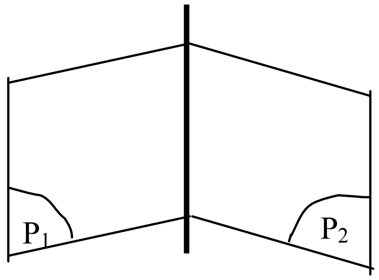
b - Tétraèdre



L’arête [AC] n’est pas visible. En effet, elle est cachée par les faces (ABD) et (BDC).

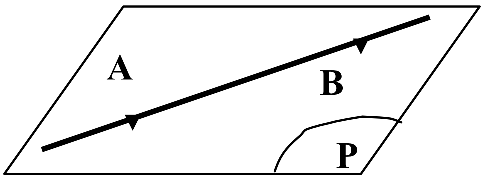
III. POSITIONS RELATIVES DE DROITES ET DE PLANS : REGLES D'INCIDENCE

1° Intersection de deux plans sécants



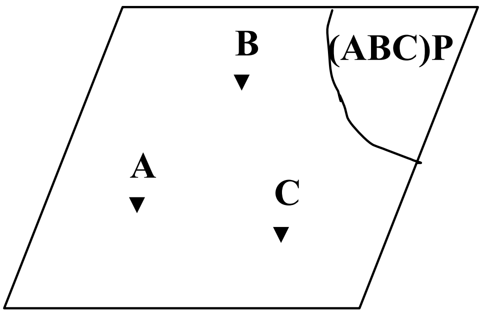
L'intersection de deux plans P_1 et P_2 qui se coupent est une droite.

2° Deux points d'un plan



Si A et B sont deux points d'un plan P alors tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan P.

3° Trois points non alignés

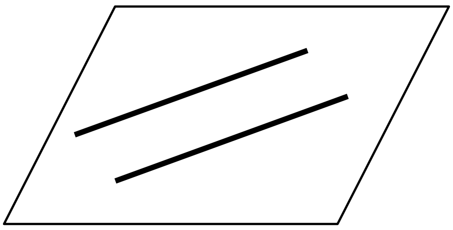


Trois points A, B et C passent par un seul plan que l'on appelle le plan (ABC).

IV. LE PARALLELISME DANS L'ESPACE

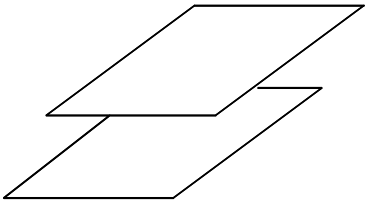
1° Définitions

a - Droites parallèles



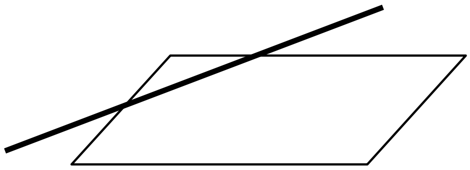
Deux droites sont strictement parallèles lorsqu'elles se situent **dans le même plan** (elles sont dites coplanaires) et qu'elles n'ont **pas de points en communs.**
Par convention, on dit que deux **droites confondues** sont **parallèles**.

b - Plans parallèles



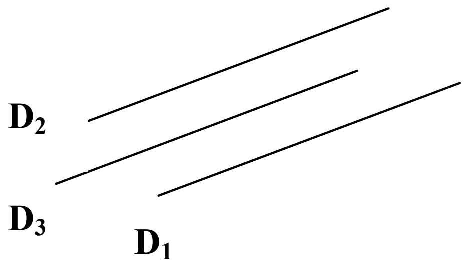
Deux plans sont **strictement parallèles** lorsqu'ils n'ont **pas de points en communs.**
Par convention, on dit que deux **plans confondus** sont **parallèles**.

c - Droite et plan parallèles



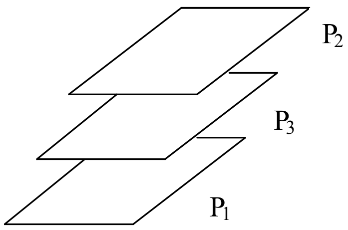
Une droite et un plan sont **strictement parallèles** lorsqu'ils n'ont **pas de points en communs.**
Par convention, on dit qu'une **droite contenue dans un plan** est **parallèle à ce plan**.

2° Parallélisme entre droites

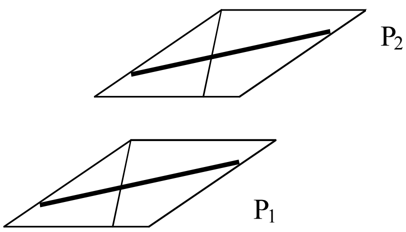


Deux droites D_1 et D_2 parallèles à une troisième droite D_3 sont parallèles entre elles.

3° Parallélisme entre plans

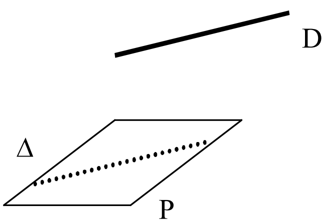


Deux plans P_1 et P_2 parallèles à un troisième plan P_3 sont parallèles entre eux.



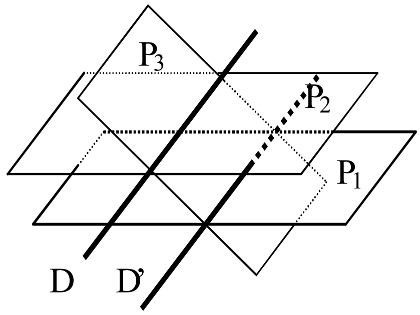
Si deux droites sécantes d'un plan P_1 sont respectivement parallèles à deux droites d'un plan P_2, alors les deux plans P_1 et P_2 sont parallèles.

4° Parallélisme entre droite et plan

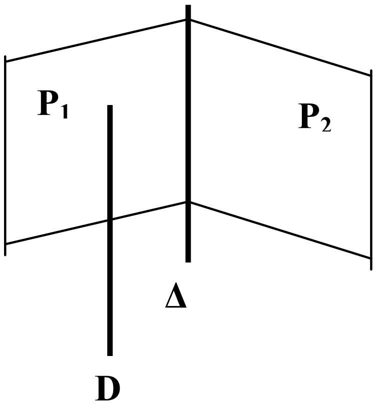


Pour qu'une droite D soit parallèle à un plan P, il faut et il suffit que D soit parallèle à une droite Δ de P.

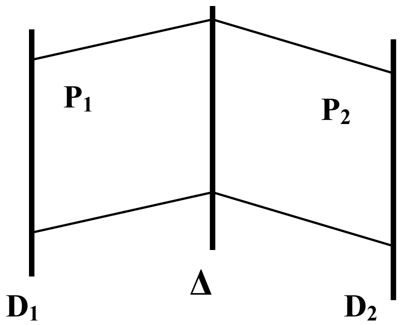
Si la droite D est parallèle à la droite Δ , alors la droite D est parallèle à tout plan P contenant la droite Δ.



Si deux plans P_1 et P_2 sont parallèles, alors tout plan P_3 qui coupe P_1 coupe aussi P_2 et les droites d'intersection D et D' sont parallèles.



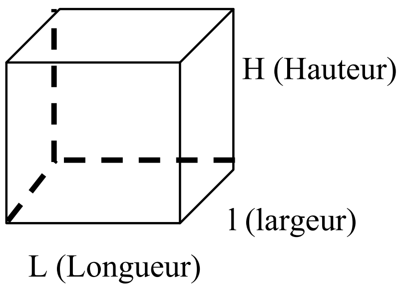
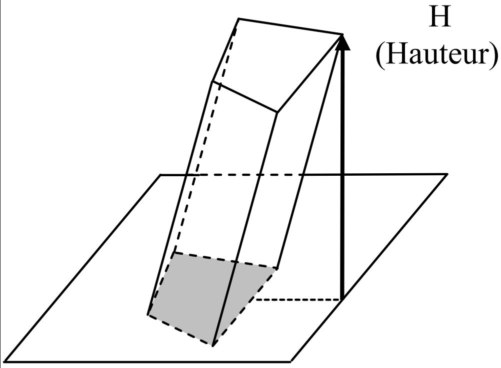
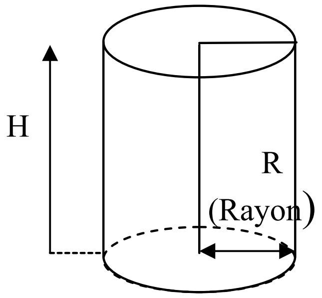
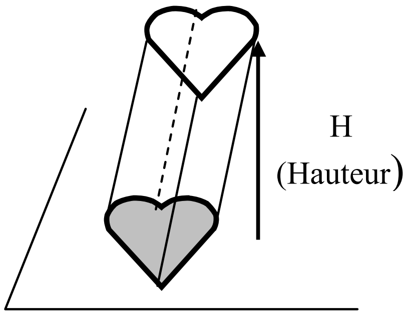
Si deux plans P_1 et P_2 sont parallèles à une droite D alors l'intersection des deux plans est une droite Δ parallèle à la droite D.



Soient D_1 et D_2 deux droites parallèles.
Soit P_1 un plan contenant D_1 et P_2 un plan contenant D_2.
Si les plans P_1 et P_2 sont sécants alors la droite d'intersection Δ de ces plans est parallèle à D_1 et D_2.

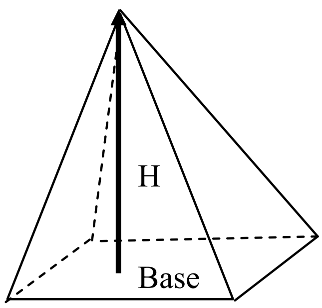
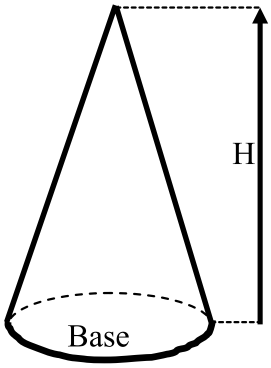
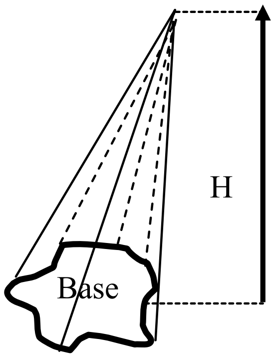
V. Aires et volumes des solides usuels

1° Parallélépipède rectangle, prisme et cylindre

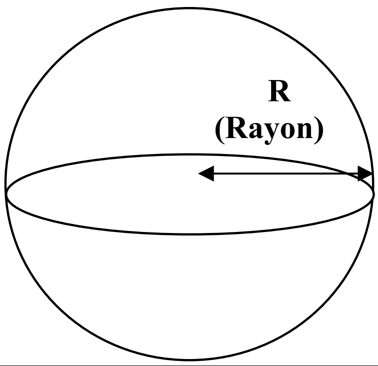
<table>
<tr><th>Parallélépipède rectangle</th><th>Prisme</th></tr>
<tr><td>
Volume = L x l x H
Aire latérale = 2 (L + l) x H</td><td></td></tr>
<tr><th>Cylindre de révolution</th><th>Cylindre quelconque</th></tr>
<tr><td>
Volume = Π x R^2 x H
Aire latérale = 2 x Π x R x H</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">V = B x H
Volume = Aire de la base x Hauteur

A = P x H
Aire latérale = Périmètre de la base x Hauteur</td></tr>
</table>

2°	Pyramide et cône

Pyramide	Cône de révolution	Cône quelconque
		
V = 1/3 x B x H Volume = 1/3 x Aire de la base x Hauteur		

3°	Sphère

Sphère

V = 4/3 x Π x R^3 Volume = 4/3 x Pi x R^3 **A = 4 x Π x R^2** Aire latérale = 4 x Pi x R^2

Chapitre VII : STATISTIQUES

I. VOCABULAIRE DES STATISTIQUES

En statistiques, on étudie un ensemble appelé **population**, dont les éléments sont appelés **individus.**
A chaque individu, on associe un caractère statistique.

EXEMPLE :
Sur un arbre, on étudie la longueur de 12 feuilles.
Population : 12 feuilles.
Caractère : « longueur en mm de la feuille ».

1° Caractère quantitatif discret

Un caractère quantitatif est **discret**, lorsqu'il ne peut prendre que des valeurs isolées.

EXEMPLE : Sur les 12 feuilles observées, on a constaté que toutes les feuilles se répartissent uniquement entre les longueurs suivantes :

Longueur :	5 mm	7 mm	9 mm	12 mm.
Effectif :	4	3	2	3

2° Caractère quantitatif continu

Un caractère quantitatif est **continu**, lorsqu'il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.

EXEMPLE : Sur les 12 feuilles observées, on a constaté que toutes les longueurs des feuilles se répartissent dans l'intervalle [5 mm ; 11 mm], avec les valeurs suivantes :

Longueur :	5 mm ;	5,4 mm ;	6,2 mm ;	6,7 mm ;	7,1 mm ;
	7,4 mm ;	7,8 mm ;	8,2 mm ;	8,5 mm ;	10,1 mm ;
	10,2 mm ;	10,9 mm.			

Ici, chaque feuille a une longueur différente. Donc l'effectif associé à chaque longueur est égal à 1.

Pour étudier cette population, on sera souvent amené à regrouper les longueurs en classes, afin de faciliter l'étude.

Regroupement en classes possible :

Longueur	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[
Effectif	4	5	3

II. PARAMETRES DE POSITION ET DE DISPERSION

1° Moyenne d'une série statistique

La moyenne d'une série statistique est donnée par la formule suivante :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_px_p}{\underbrace{N}_{\text{Effectif total}}}$$

où x_1 représente la première valeur du caractère quantitatif,
]et n_1 l'effectif associé à cette valeur.

Longueur (x):	5 mm	7 mm	9 mm	12 mm.
Effectif (n):	4	3	2	3

Ici, N est égal à 12.

$$\overline{x} = \frac{4\times5+3\times7+2\times9+3\times12}{12} \quad \text{donc} \quad \overline{x} = \frac{95}{12}$$

$$\overline{x} = 7{,}9$$

La longueur moyenne des feuilles est de 7,9 mm.

2° Médiane et quartiles d'une série statistique

a - Médiane

La médiane d'une série statistique est la valeur qui partage la série en deux effectifs égaux.

EXEMPLE 1 : On reprend la série précédente de 12 feuilles, et on range les longueurs des 12 feuilles dans l'ordre croissant. Ici, N = 12, donc la médiane est égale à la moyenne de la 6^e et la 7^e valeur de l'effectif.

$$\underbrace{5;\ 5;\ 5;\ 5;\ 7;\ 7;}_{\text{6 feuilles}} \ \overset{\text{médiane}}{\downarrow} \ \underbrace{7;\ 9;\ 9;\ 12;\ 12;\ 12}_{\text{6 feuilles}}$$

$$\boxed{\frac{n_6+n_7}{2}}$$

$m = \frac{n_6+n_7}{2} = \frac{7+7}{2} = 7$. Donc la médiane est égale à 7 mm.

EXEMPLE 2 : Sur l'arbre étudié précédemment, on repère deux autres feuilles, l'une mesurant 13 mm et l'autre 15 mm. On inclut ces feuilles à la série étudiée.
Donc l'effectif total N = 14. La médiane est égale à la moyenne de la 7^e et de la 8^e valeur de l'effectif.

$$\underbrace{5;\ 5;\ 5;\ 5;\ 7;\ 7;\ 7}_{\text{7 feuilles}} \ \overset{\text{médiane}}{\downarrow} \ \underbrace{9;\ 9;\ 12;\ 12;\ 12;\ 13;\ 15}_{\text{7 feuilles}}$$

$m = \frac{n_7+n_8}{2} = \frac{7+9}{2} = 8$. La médiane est égale à 8 mm.

EXEMPLE 3 : On reprend le premier échantillon de 12 feuilles, à l'exception de 2 feuilles de 7 mm, et d'une autre de 5 mm, qui se sont envolées lors d'un coup de vent.
Donc l'effectif total est N = 9.

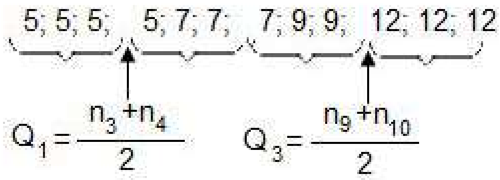
$$\underbrace{5;\ 5;\ 5;\ 7}_{\text{4 feuilles}} \ \overset{\text{médiane}}{9} \ \underbrace{9;\ 12;\ 12;\ 12}_{\text{4 feuilles}}$$

Ici, la médiane est 9, car c'est la 5^e valeur qui partage l'effectif en deux parties égales de 4 feuilles.

b - Quartile

Le premier quartile noté Q_1 d'une série statistique est la valeur de la série pour laquelle l'effectif cumulé croissant atteint au moins 25 % de l'effectif total. Le troisième quartile noté Q_3 d'une série statistique est la valeur de la série pour laquelle l'effectif cumulé croissant atteint au moins 75 % de l'effectif total.

EXEMPLE : On reprend la série précédente de 12 feuilles, rangé par longueurs croissantes. Ici, N = 12, donc le premier quartile est égal à la moyenne de la 3^{e} et la 4^{e} valeur de l'effectif et le troisième quartile est égal à la moyenne de la 9^{e} et la 10^{e} valeur de l'effectif.



$Q1 = \frac{n_3 + n_4}{2} = \frac{5+5}{2} = 5$. Le premier quartile est égal à 5 mn.

$Q3 = \frac{n_9 + n_{10}}{2} = \frac{9+12}{2} = 10{,}5$. Le troisième quartile est égal à 10.5 mn.

3° Mode d'une série statistique

Le mode d'une série statistique est la valeur qui est la plus représentée, c'est-à-dire celle qui a le plus grand effectif.

EXEMPLE : Reprenons la série statistique précédente de 12 feuilles.

Longueur :	5 mm	7 mm	9 mm	12 mm
Effectif :	4	3	2	3

Ici, le mode est égal à 5 mm (effectif le plus grand).

4° Etendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus petite et la plus grande valeur du caractère analysé.

EXEMPLE : On reprend la série précédente.
La feuille la plus petite mesure 5 mm.
La feuille la plus grande mesure 12 mm.
Donc l'étendue des feuilles est égale à 7 mm.

III. EFFECTIFS ET FREQUENCES

1° Effectifs cumulés

Lorsque le caractère est continu, on range les valeurs par ordre croissant. L'effectif cumulé jusqu'à la valeur k est la somme des effectifs pour toutes les valeurs du caractère inférieures ou égales à k.

EXEMPLE : Une enquête de consommation relève les prix d'un même objet dans 50 magasins différents :

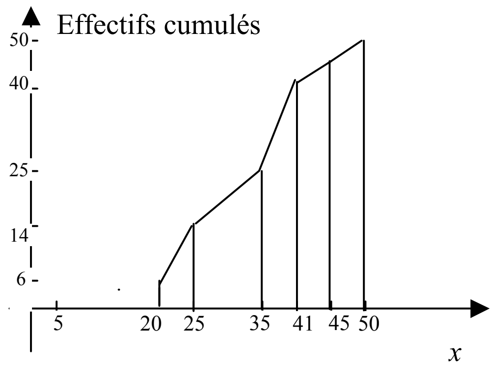
Prix en euros (x)	20	25	35	41	45	50
Effectifs (n)	**6**	**8**	**11**	15	6	4

Effectifs cumulés croissants	6	14	**25**	40	46	**50**

25 = 6 + 8 + 11

La dernière valeur des effectifs cumulés est égale à l'effectif total.

On peut alors construire le **polygone des effectifs cumulés croissants** :



Remarque : On peut également calculer les effectifs cumulés décroissants. Dans ce cas, on procède de la même façon que pour le calcul des effectifs cumulés croissants, **mais en commençant par la droite du tableau statistique.**

2° Fréquences – Fréquences cumulées

Pour chaque valeur *x* de la série statistique, on peut calculer la fréquence *f* associée à cette valeur :

$$f = \frac{n}{N}$$

Fréquence

n : Effectif associé à la valeur *x* dont on cherche la fréquence

N : Effectif Total

Remarque 1 : La somme de toutes les fréquences d'une série statistique est égale à 1.

Remarque 2 : On peut également calculer les fréquences cumulées croissantes ou décroissantes. Pour cela, on procède de la même façon que pour le calcul des effectifs cumulés.

EXEMPLE : On reprend la série statistique précédente. Ici, l'effectif total N est égal à 50.

$$\boxed{f_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{6}{50} = 0{,}12}$$

							Total
Prix en Euros (*x*)	20	25	35	41	45	50	
Effectifs (n)	6	8	11	15	6	4	**50**
Fréquences (*f*)	**0,12**	**0,16**	**0,22**	**0,3**	**0,12**	**0,08**	**1**
Fréquences cumulées croissantes	0,12	0,28	**0,5**	0,8	0,92	**1**	

0,5 = 0,12 + 0,16 + 0,22

La dernière valeur des fréquences cumulées est égale à 1.

IV. INTERVALLE DE FLUCTUATION

Si l'on effectue plusieurs échantillonnages de même taille sur une même population, on obtiendra en général des fréquences légèrement différentes pour un caractère donné.
Exemple :
On étudie la répartition mâle/femelle d'une population de truites peuplant une rivière.
Il est pratiquement impossible de recenser toutes les truites de la rivière.
Résultats que l'on pourrait obtenir en prélevant 5 échantillons de 100 truites :

Echantillons	échantillon n°1	échantillon n°2	échantillon n°3	échantillon n°4	échantillon n°5
Pourcentage de truites femelles	52%	55%	42%	50%	48%

Ce phénomène s'appelle **fluctuation d'échantillonnage**.

<u>Théorème et définition :</u>
On note p la proportion d'un caractère dans une population donnée.
On prélève un échantillon de taille n de cette population et on note f la fréquence du caractère dans l'échantillon.
Si $0{,}2 \leq p \leq 0{,}8$ et si $n \geq 25$ alors, dans au moins 95% des cas, f appartient à l'intervalle : $I=[p-1\sqrt{n}\ ;\ p+1\sqrt{n}]$.
I est appelé **l'intervalle de fluctuation au seuil 95%**

<u>Remarques :</u>

- On applique le théorème ci-dessus si **on connaît la proportion *p* du caractère dans la population**.
  On peut aussi utiliser ce théorème en **supposant** que le caractère est présent dans une proportion p. Suivant la (ou les) fréquence(s) observée(s) dans un (ou plusieurs) échantillon(s) on acceptera ou on rejettera l'hypothèse.
- Bien retenir la signification de chacune des variables :
  - p = proportion du caractère dans l'**ensemble de la population**
  - f = fréquence du caractère dans l'**échantillon**
  - n = taille de l'échantillon
- Au niveau Seconde, les intervalles de fluctuation seront toujours demandés au seuil de 95%.
  Ce seuil a été choisi car :
  - il conduit à une formule assez simple
  - on peut considérer comme *"raisonnablement fiable"* un résultat validé dans 95% des cas

<u>Exemple :</u>
Supposons que notre rivière contienne 50% de truites femelles (et donc 50% de mâles...).
Pour nos échantillons de taille 100, $n=100 \geq 25$; par ailleurs $p=0{,}5 \in [0{,}2\ ;\ 0{,}8]$ Donc **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%** sera $I=[0{,}5-1\sqrt{100}\ ;\ 0{,}5+1\sqrt{100}]$ c'est à dire $I=[0{,}4\ ;\ 0{,}6]$.

Chapitre VIII : PROBABILITES

I. EVENEMENT

1° Définition

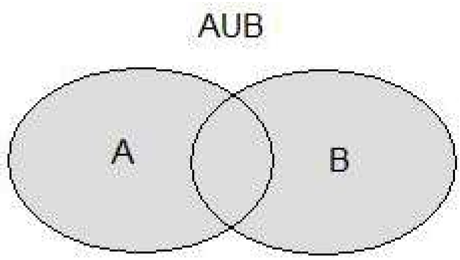
On considère une expérience comportant plusieurs solutions, résultats ou issues possibles.
L'ensemble de toutes les issues possibles est appelé univers des possibles et est noté Ω.
Exemple : on lance un dé cubique, l'ensemble des issues possibles est l'ensemble des entiers de 1 à 6, soit : $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$
Un événement est une partie de cet univers, il existe 3 types d'événement :

- l'événement impossible, ensemble vide $\varnothing$
  EXEMPLE : l'événement « obtenir un 7 » avec un seul lancer de dé
- l'événement certain, l'univers Ω
  EXEMPLE: l'événement « obtenir un chiffre compris entre 1 et 6 » avec un lancer de dé
- l'événement élémentaire, une partie de l'univers
  EXEMPLE : l'événement « obtenir un 5 » avec un lancer de dé

2° Union, intersection et événement contraire

a - Union

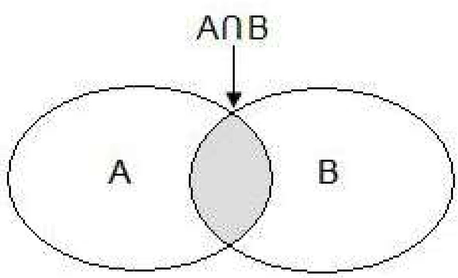
L'événement $A \bigcup B$ se lit « A union B » et signifie l'événement A, l'événement B ou les deux.



EXEMPLE : On considère un jeu classique de 32 cartes. On tire une carte au hasard dans le paquet.
Soient les événements :
A : « Obtenir un roi »
B : « Obtenir un cœur »
L'événement $A \bigcup B$ comprendra donc toutes les cartes rois (donc 4) et toutes les cartes cœurs (donc 8 cartes). Cet événement comprendra donc 11 cartes (le roi de cœur appartient à la fois aux événements A et B, on ne le compte qu'une seule fois)

b - Intersection

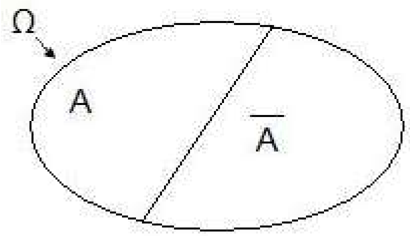
L'événement $A \bigcap B$ se lit « A inter B » et signifie les événements A et B réalisés en même temps.



Si l'on reprend l'exemple précédent, l'événement $A \cap B$ ne concerne que les cartes qui sont à la fois des rois et des cœurs, soit uniquement le roi de cœur.

c - Evénement contraire

L'événement contraire de A est noté $\overline{A}$. Il représente l'ensemble des issues de l'univers différent de A.
Remarque : l'événement $A \cup \overline{A}$ est équivalent à l'événement $A \cap \overline{A}$ est impossible.



EXEMPLE : on lance un dé cubique, l'ensemble des issues possibles est : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Soit A l'événement : « obtenir un nombre pair »
L'événement $\overline{A}$ sera donc « obtenir un nombre impair »

II. EXPERIENCES ALEATOIRES

1° Définition

Une expérience ou épreuve aléatoire consiste à faire apparaitre au hasard des résultats ou issues.
Lorsque l'expérience aléatoire est répétée un grand nombre de fois, on assimile la fréquence de chaque issue à sa probabilité.
Ainsi, pour n expériences identiques, si l'une des issues est réalisée k fois, on a :

$$\boxed{F_i = P_i = \frac{k}{n}} \text{ avec } P_i \in [0,1]$$

2° Loi de probabilité

Lorsque l'on modélise une expérience aléatoire, on lui associe un ensemble (ensemble des issues possibles) et une loi de probabilité.
Le tableau rassemblant les fréquences de toutes les issues possibles représente la distribution de fréquences associées à cette répétition de N expériences. On le nomme loi de probabilité.

ISSUE X_i	ISSUE 1	ISSUE 2	ISSUE 3
PROBABILITE DE L'ISSUE P_i	P_1	P_2	P_3

Remarque : La somme des probabilités de toutes les issues possible est toujours égale à 1.

EXEMPLE :
On lance un dé à 6 faces non pipés. L'ensemble des issues possibles est l'ensemble des entiers de 1 à 6, soit : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5,6\}$
Le dé étant équilibré, chaque face à la même probabilité de tomber à chaque lancé, soit une chance sur six.
La loi de probabilité associée à cet ensemble est donc :

ISSUE X_i	1	2	3	4	5	6
PROBABILITE DE L'ISSUE P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

III. PROPRIETES

- La **probabilité** A d'un événement est donnée par :

$$\boxed{P(A)=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}}$$

- Cas de l'**équiprobabilité** : Il y a équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même chance de se réaliser, comme par exemple dans le cas d'un dé équilibré. Soit N le nombre d'issue, $\boxed{P=\frac{1}{N}}$

- Probabilité de **l'événement impossible** : $P(\varnothing)=0$

- Probabilité de **l'univers des possibles** : $P(\Omega)=1$

- Probabilité de **l'événement contraire** : $P(\bar{A})=1-P(A)$

- Probabilité de **l'union** de deux événements :

$$\boxed{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$$

- Evénements **incompatibles** :
  Les événements A et B sont incompatibles, c'est ç dire qu'il est impossible de réaliser à la fois A et B, si et seulement si $A\cap B=\varnothing$ soit $P(A\cap B)=0$
  Conséquence : Si A et B sont incompatibles, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

Chapitre IX : ALGORITHMIQUE

I. DEFINITION

Un **algorithme** est une suite de règles à appliquer, dans un ordre déterminé, dans le but d'obtenir un résultat.
Un **programme informatique** est une traduction d'un algorithme dans le langage de programmation choisit (par exemple celui d'une calculatrice)

II. INSTRUCTIONS D'ENTREE ET DE SORTIE

Etape 1 : **Déclaration et saisie**
On déclare des variables. Une variable est une zone de mémoire (de la calculatrice ou de l'ordinateur) associée à un nom ou identifiant. Prenons pour exemple une variable nommée **A**.
Les valeurs dont on aura besoin dans l'algorithme sont saisies : c'est la lecture des données notée **SAISIR A**.
Etape 2 : **Affectation**
C'est l'opération consistant à attribuer une valeur à une variable, on la note **A PREND LA VALEUR.**
Etape 3 : **Traitement des données**
Etape 4 : **Ecriture ou sortie des données**
Après traitement des variables, l'utilisateur voit les valeurs de ces variables s'afficher, c'est l'écriture ou la sortie des données, notée **AFFICHER A**

EXEMPLE :
On considère l'algorithme suivant :

SAISIR A
    B PREND LA VALEUR DE A+2
    C PREND LA VALEUR DE B-7
    D PREND LA VALEUR DE C^2
AFFICHER D

Etape 1 : **SAISIR A**, on va choisir de saisir la valeur A=4
Etape 2 : Affectation des variables B,C et D
    B PREND LA VALEUR DE A+2
    C PREND LA VALEUR DE B-7
    D PREND LA VALEUR DE C^2
Etape 3 : Après avoir été affectée, les valeurs des variables B, C et D sont maintenant calculées, l'une à la suite de l'autre, ce qui donne :
    $B=A+2=4+2=6$
    $C=B-7=6-7=-1$
    $D=C^2=(-1)^2=1$
Ces calculs intermédiaires ne sont pas affichés.
Etape 4 : l'algorithme doit **AFFICHER D**
Le résultat final est affiché : 1

III. LES INSTRUCTIONS DE CONTROLE

1° La condition

Aussi appelée structure alternative ou instruction conditionnelle, elle se note :

SI CONDITION ALORS (si la condition est remplie, on effectue le traitement 1)
    Traitement 1
SINON (si la condition n'est pas remplie, on effectue le traitement 2)
    Traitement 2
FINSI (l'un des deux cas a été rencontré, on ferme donc l'instruction conditionnelle)

EXEMPLE : Un libraire propose de vendre des livres par correspondance. Si le prix total est inférieur à 100 euros, les frais de port coutent 10% du prix total. Si le prix total est supérieur à 100 euros, les frais de port sont à 5 euros. On va appeler P la variable associée au prix total des livres, et F la valeur associée aux frais de port.
L'algorithme permettant d'afficher les frais de port est :

SAISIR P
SI P<100 **ALORS**
    F PREND LA VALEUR DE 0,1*P
SINON
    F PREND LA VALEUR DE 5
FINSI
AFFICHER P

2° La boucle

<u>Cas n°1</u> : On répète N fois un certain traitement (avec $N \in \mathbb{N}$)

    POUR I DE 1 A N (on effectue le traitement N fois)
        Traitement
    FINPOUR (on ferme la boucle lorsque le traitement à été appliqué N fois)

EXEMPLE :
On veut calculer la somme des entiers de 1 à 100.
L'algorithme permettant d'afficher cette somme (notée S) est :

S PREND LA VALEUR 0 (on attribut initialement la valeur 0 à la somme)
POUR I DE 1 à 100
    S PREND LA VALEUR DE S+I (S=0+1=1 ; S=1+2=3 ; S= 3+3=6 ......
                                $\Leftrightarrow$ S=0+1+2+...+100)
FINPOUR
AFFICHER S
L'algorithme affiche alors 5050

<u>Cas n°2</u> : On répète un traitement tant que l'on n'a pas vérifié une certaine condition :

    TANTQUE condition
        Traitement
    FINTANTQUE

EXEMPLE :
Une locomotive roule à une certaine vitesse initiale notée V. On ajoute du bois afin d'augmenter sa vitesse si celle ci est inférieure à 100 km/h. L'ajout d'une buche augmente la vitesse de la locomotive de 2km/h en moyenne. Lorsque la locomotive atteint une vitesse de 100km/h, on arrête d'ajouter du bois. Voici l'algorithme permettant d'afficher le nombre de buche qui ont été consommée, noté B :

SAISIE V (on saisie la vitesse initiale de la locomotive)
B PREND LA VALEUR DE 0 (le nombre de buche est initialement 0)
TANTQUE V<100
    B PREND LA VALEUR DE B+1 (on ajoute une buche)
        V PREND LA VALEUR DE V+2 (l'ajout de la buche augmente la vitesse de la locomotive de 2km/h)
FINTANTQUE
(Lorsque la vitesse a atteint les 100km/h, on sort de la boucle puis affiche le nombre de buche consommé)
AFFICHER B

IV. AUTRES INSTRUCTIONS UTILES

1° Les commentaires

L'instruction **AFFICHER** « commentaire » permet l'ajout d'un commentaire facilitant la lecture des résultats

EXEMPLE :
L'algorithme précédent se contente d'afficher le nombre de buche consommée (exemple : « 2 ») Si on veut faciliter la lecture du résultat, on peut ajouter une instruction d'affichage de texte :

SAISIE V
B PREND LA VALEUR DE 0
TANTQUE V<100
    B PREND LA VALEUR DE B+1
        V PREND LA VALEUR DE V+2
FINTANTQUE
AFFICHER « le nombre de buches consommé au total est de »
AFFICHER B

L'algorithme affichera donc maintenant « le nombre de buche consommée est de 2 »

2° La pause

L'instruction **PAUSE** provoque l'arrêt de l'exécution de l'algorithme (pour lire un résultat intermédiaire par exemple)

3° Génération automatique et aléatoire d'un nombre

L'instruction **NBREALEA(1,N)** permet d'obtenir un nombre entier aléatoire compris entre 1 et N.

EXEMPLE :
Voici un algorithme ayant le même rôle qu'un dé à 6 faces, c'est-à-dire qu'il va renvoyer un nombre, au hasard, entre 1 et 6 :

D PREND LA VALEUR NBREALEA(1,6)
AFFICHER D

<u>Partie B :</u> EXERCICES

-  : exercices d'application directe du cours.
-  : exercices demandant un raisonnement plus complexe.
-  : exercices plus difficiles ou plus longs.

Chapitre I : EQUATIONS - SYSTEMES

EXERCICE 1.1
Résoudre :

1) $4x+5(x+5)=3(x-6)+2x$

2) $\dfrac{6x-1}{5}-4(x-2)=\dfrac{3x}{2}-\dfrac{1}{5}$

3) $\dfrac{7x-5}{3}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{2x+3}{2}-4$

4) $\dfrac{x+2}{2}+\dfrac{x-4}{10}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{x-5}{2}$

5) $x^2+4(x+1)+2x=(x+3)(x-5)$

EXERCICE 1.2 - CORRIGE -
Même exercice :

1) $-2(x+6)+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3x}{2}-4(-2x+1)$

2) $6(x-1)-6x=16x+4(x-2)$

3) $\dfrac{-3x}{7}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{7x}{3}+\dfrac{3}{7}(x-2)$

4) $\dfrac{5x+2}{4}-2x=\dfrac{7}{2}(3x-5)$

5) $\dfrac{-4x+3}{6}+\dfrac{3x-3}{2}=\dfrac{x+4}{3}$

6) $\dfrac{6x-5}{20}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{4-x}{5}-\dfrac{x-6}{2}$

EXERCICE 1.3 - Même exercice :

a) $\dfrac{4x+7}{5}-\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{2x-12}{6}-\dfrac{2x-7}{9}$

b) $x-\dfrac{x+9}{4}=\dfrac{3x-1}{6}+\dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{x+\sqrt{7}}{7-\sqrt{3}}=\dfrac{x-\sqrt{7}}{7+\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{2x+3}{3}=\dfrac{5-x}{4}$

e) $\dfrac{3x+4}{2x-1}=2$

EXERCICE 1.4 - CORRIGE -
Même exercice :

a) $(3x-2)^2=(2x+1)^2$

b) $6x^2-3=2x^2+2x\sqrt{2}+1$

c) $9x^2-1+(3x+5)(3x-1)=9x^2-6x+1$

d) $(3x+4)^2-(x-2)^2=(7x+3)^2-(3x+1)^2$

e) $(3x-2)^2+(6x-4)(x+1)+(x+1)^2=0$

EXERCICE 1.5 - Résoudre :

a) $\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2}{x-1}=0$

b) $\dfrac{9}{x+1}=5-x$

c) $\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x-2}{x-1}=3$

d) $\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{1}{(x-1)(2x-3)}$

e) $\dfrac{4x+2}{3x-2}-\dfrac{2x+1}{9x^2-6x}=0$

EXERCICE 1.6 - Même exercice :

1) $5(x-2)-(x+3)(x-2)=0$

2) $x^2-12x+36=0$

3) $x^2-16=0$

4) $(x+10)(x-4)=(x-4)(x+1)$

5) $9x^2=1$

6) $x^2+6x=-9$

EXERCICE 1.7
Résoudre les équations suivantes :

$(9x^2-1)-2x(3x+1)+(x-4)(6x+2)=0$

$4x^2-4x+1-5(2x-1)^2+(6x-3)(x+5)=0$

$16(x-7)^2-25(x+3)^2=0$

$(x^2+10x+25)-(x+6)(3x+15)-2(x+5)=0$

$(-x-4)(3x-5)-2(9x^2-25)+4(3x-5)^2=0$

$(16x^2-24x+9)-4(x^2+2x+1)=0$

EXERCICE 1.8 - Résoudre :

a) $(2x+5)^2=25$

b) $4x^2-9=4x-6$

c) $49x^2+4=28x$

d) $(2x+1)^2=x^2$

e) $(3x+2)^2+(x+1)^2=2(3x+2)(x+1)$

f) $x^2+4x+4=4x^2+12x+9$

EXERCICE 1.9 – Même exercice :

a) $(2x+3)^2=16x^2$

b) $(x-1)^2-4=9x^2-4$

c) $9(x-3)^2=(x+3)^2$

d) $7-\frac{(x-2)^2}{5}=2$ e) $3(x+5)^2-4=11$

f) $x+(x-2)^2=2$ g) $(x-1)^2=-5x+5$

h) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2$

EXERCICE 1.10 - CORRIGÉ -

Résoudre en supprimant les valeurs absolues :

a) $|x-4|=1$ b) $|2x+1|=6$

c) $|x+5|=8$ d) $|2x-5|=0$

e) $|x+3|=-5$ f) $|-2x-3|=2$

g) $|2-x|=\frac{3}{2}$

EXERCICE 1.11 - Résoudre :

a) $|x-4|=|x+1|$ b) $|2x+3|=|-x-5|$

c) $|-3x+1|=|x+2|$ d) $|3x+4|=|-x-1|$

e) $|x+2|=|-x+6|$ f) $|2x+4|=|4x+1|$

EXERCICE 1.12 - Même exercice :

(regrouper les différents cas dans un tableau)

a) $2|x+2|-|x+1|=8$

b) $|2x+5|=4|x-1|$

c) $|-x-6|+3=2-|x+2|$

d) $|6x-1|+|x-5|=2$

e) $|x-3|+2\left|\frac{1}{2}x+3\right|=4$

f) $-2|x|+|x-4|=|x+1|$

EXERCICE 1.13

Soit un rectangle de longueur $x+5$ et de largeur $2x$. Pour quelles valeurs de x l'aire de ce rectangle est-elle égale à l'aire d'un losange dont la grande diagonale mesure $x+5$ et la petite diagonale 5 cm ?

EXERCICE 1.14 – Résoudre :

a) $x^2+\frac{1}{4x^2}=1$

b) $\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{2x-1}{2x+1}=\frac{2x+6}{4x^2-1}$

c) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x}$ d) $\frac{x}{x-2}+\frac{x-2}{x}=0$

e) $\frac{2x+1}{x-2}=1$ f) $\frac{x^2-2}{2x-3}=0$

EXERCICE 1.15

Résoudre les systèmes suivants par la méthode la plus adaptée :

1) $\begin{cases}2x-y+9=0\\x+y-3=2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}5x+8y=2\\5x+4y=1\end{cases}$

3) $\begin{cases}4x+9y=-4\\8x-5y=-2\end{cases}$ 4) $\begin{cases}10x+8y=7\\5x+4y=1\end{cases}$

EXERCICE 1.16 – Même exercice :

1) $\begin{cases}6x-9y=15\\8x-12y=20\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\frac{x}{9}+\frac{y}{6}=1\\\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1\end{cases}$

3) $\begin{cases}2x-y-11=0\\3x+4y=0\end{cases}$ 4) $\begin{cases}2y(3x+1)-6x(y+2)=-2\\3x-2y=-7\end{cases}$

EXERCICE 1.17 - CORRIGE -

Résoudre : $\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{7}{9}\\x-y=12\end{cases}$

EXERCICE 1.18 – Résoudre les systèmes :

1) $\begin{cases}\frac{1}{x+y}-\frac{2}{x-y}=-3\\\frac{2}{x+y}+\frac{3}{x-y}=-4\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\frac{15}{x}+\frac{12}{y}-14=0\\\frac{4}{x}-\frac{4}{y}=\frac{1}{6}\end{cases}$

3) $\begin{cases}\frac{4}{x+y}-\frac{3}{x-y}=-4\\\frac{3}{x-y}+2(y+x)=0\end{cases}$

4) $\begin{cases}3(4x+1)^2-5(3y-2)^2=7\\-2(4x+1)^2+3(3y-2)^2=-6\end{cases}$

EXERCICE 1.19 - Même exercice :

1) $\begin{cases}x+y+z+1=0\\x-2y+3z+2=0\\4x+2y+z+1=0\end{cases}$ 2) $\begin{cases}2x+y+1=0\\x-y+2=0\\3x+y+2=0\end{cases}$

EXERCICE 1.20

Calculer les côtés d'un rectangle, sachant que si l'on augmente la largeur de 3 mètres, et si l'on diminue d'autant la longueur, l'aire ne change pas. Mais si on augmente la largeur de 5 mètres et on diminue la longueur de 3 mètres, l'aire augmente de 16 m^2.

EXERCICE 1.21

Un restaurant dispose de 180 carafes, les unes de contenance 50 cl les autres de contenance 75 cl. Il lui faut 120 litres de Beaujolais pour remplir ces 180 carafes. Trouver le nombre de carafes de chaque sorte.

Chapitre II : ORDRE – ENCADREMENTS - INEQUATIONS

EXERCICE 2.1

Soit un réel x tel que $1{,}733 \leq x \leq 1{,}734$.

Encadrer le nombre $A = \dfrac{10-2x}{5}$.

EXERCICE 2.2 - CORRIGÉ -

Soient deux réels x et y tels que :
$1{,}8 \leq x \leq 1{,}9$ et $2{,}6 \leq y \leq 2{,}7$.

Encadrer les nombres suivants :
$x+y \quad x-y \quad 3x-4y \quad xy$

EXERCICE 2.3 – Même exercice avec :

A) $3{,}2 \leq x \leq 3{,}3$ et $0{,}9 \leq y \leq 1{,}1$

B) $5{,}3 \leq x \leq 5{,}5$ et $2{,}6 \leq y \leq 2{,}7$

EXERCICE 2.4

Soient les réels x et y tels que $-1{,}1 \leq x \leq -1$ et $2 \leq y \leq 2{,}1$. Encadrer les réels suivants :

$-xy \quad xy \quad x^2 \quad y^2$

EXERCICE 2.5 - CORRIGE -

Soit un rectangle de longueur a et de largeur b. Sachant que $18 < a < 20$ et $8 < b < 9$, donner un encadrement du périmètre, puis de l'aire du rectangle.

EXERCICE 2.6

Soit $2{,}236 \leq A \leq 2{,}237$ Encadrer $\dfrac{3+A}{2}$.

Soit $3{,}15 \leq B \leq 3{,}16$. Encadrer $\dfrac{6-2B}{9}$

EXERCICE 2.7

Sachant que $5 < 2-A < 6$, encadrer A.

Sachant que $-1 < \dfrac{2}{3}B + 4 < 1$, encadrer B.

EXERCICE 2.8 - CORRIGE -

Soit le réel A, tel que $23 < A < 24$.

Encadrer $\dfrac{1}{A} \quad \dfrac{1}{A^2} \quad \dfrac{1}{\sqrt{A}}$.

EXERCICE 2.9

Soient les nombres A et B tels que $3 \leq A \leq 4$ et $3{,}5 \leq B \leq 4{,}1$.

Encadrer $\dfrac{1}{A} \quad \dfrac{1}{B} \quad \dfrac{A}{B} \quad \dfrac{B}{A}$.

EXERCICE 2.10

Soit x un réel strictement positif.

1) Montrer que $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$.

2) Pour quelles valeurs de x a-t-on l'égalité ?

EXERCICE 2.11

Soient x et y deux réels strictement positifs.

Comparer les nombres $\dfrac{x}{y+1}$; $\dfrac{x+1}{y+1}$; $\dfrac{x}{y}$.

EXERCICE 2.12

Soient x et y deux réels positifs.

Comparer $\sqrt{\dfrac{x+y}{2}}$ et $\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$.

EXERCICE 2.13 – Résoudre :

1) $-5(2x+4)-3(x+2) < x-6(x+1)$

2) $3(4x-6)+2(x+10) > 3(x-3)$

3) $\dfrac{3x-5}{2} - \dfrac{1}{4} < \dfrac{-3x+7}{10}$

4) $\dfrac{5x+9}{4} + \dfrac{x}{2} > \dfrac{-3x}{6} + 5x$

5) $\dfrac{2x}{6} - \dfrac{1}{4} < \dfrac{-x}{16} + \dfrac{3}{8}$

EXERCICE 2.14 - CORRIGE -

Résoudre :

1) $x^2 - 7x + 15 \leq (x-2)^2$

2) $9x^2 - 15 - 4x^2 > 5x^2 - x + 5$

3) $3(x-2)(x+3) \leq (x-7)(3x-1)$

EXERCICE 2.15 – Même exercice :

a) $\dfrac{3x-1}{4} + 2x - 5 \geq 1 - x$

b) $x - 3 - \dfrac{x-8}{3} \leq \dfrac{5-x}{9} + \dfrac{x-1}{3}$

c) $\dfrac{2x}{5} - \dfrac{13}{30} + \dfrac{x}{15} < \dfrac{2}{15} + \dfrac{x}{3}$

d) $\dfrac{2x-3}{2} - \dfrac{7x-5}{4} \geq 1 - \dfrac{3x+7}{2}$

e) $2x - \dfrac{24x-7}{5} > \dfrac{7}{4} - \dfrac{3x+1}{2}$

f) $3 - \dfrac{2x}{5} + \dfrac{7}{2} < 5 - 3x + \dfrac{x}{2}$

EXERCICE 2.16 – Même exercice :

a) $2(x-3)^2 - (3-x)(3+x) \geq 2x - 6$

b) $9 - 25x^2 + (5x-3)^2 \leq (3-5x)(2x+5)$

c) $2x(3x-1) < (3x-1)^2$

d) $(2x-1)^2 - (3-x)(1-2x) < 0$

EXERCICE 2.17 – Même exercice :

a) $\frac{2x}{-5+2x} \leq 0$ b) $\frac{6x+2}{x+1} > 3$

c) $\frac{x-5}{2x-1} \leq 1$ d) $\frac{2(x+7)(x-1)}{x^2-4} \geq 0$

e) $\frac{x+3}{3x-5} \geq \frac{3x-5}{x+3}$ f) $\frac{(x+1)^2 - x^2}{(2x+1)(x-1)} \leq 0$

g) $\frac{3(x+2)^2 - (x+2)(4x-5)}{x-1} \geq \frac{2x^2-8}{x-1}$

EXERCICE 2.18 - CORRIGE -

Résoudre après avoir fait disparaître les barres de valeurs absolues :

a) $|x-2| \leq 1$ b) $|x+1| \geq 2$ c) $|x-5| < 3$

d) $|2-x| \leq 4$ e) $|x-3| \geq 0$ f) $|2x+5| \leq 5$

EXERCICE 2.19 – Même exercice :

a) $|x| \leq 1$ b) $|x-3| < 1$ c) $|4-x| < 3$

d) $|-x-5| \geq 6$ e) $|x-6| \leq 4$ f) $|x+6| \geq 2$

EXERCICE 2.20

Exprimer les valeurs absolues sous forme de distances, puis représenter graphiquement la solution des inéquations :

a) $|x-4| \leq 1$ b) $|x+3| > 2$ c) $|2x+1| < 3$

d) $|-x+2| \geq 5$ e) $|x-6| \leq 4$ f) $|4-x| < \frac{3}{2}$

g) $|3x+1| > \frac{1}{2}$ h) $|x-8| \leq \frac{1}{3}$.

EXERCICE 2.21

Reprendre les inéquations des exercices 2.18 et 2.19. Exprimer les valeurs absolues sous forme de distances, puis représenter graphiquement les solutions. Comparer ensuite vos résultats à ceux trouvés dans les exercices 2.18 et 2.19.

EXERCICE 2.22

Après avoir fait disparaître les barres de valeurs absolues, regrouper les différents cas dans un tableau, puis résoudre :

a) $|2x+7| - 3|x+1| \leq 0$ b) $|x+3| + |x-2| \geq 4$

c) $|x-5| \leq 2|x+6|$ d) $|3x-5| < 2|x-6|$

e) $|x-1| - |2x+4| \geq |x+4|$

EXERCICE 2.23

Recopier et compléter le tableau suivant :

Inéquation	Encadrement	Intervalle solution	Distance
$\|x+2\| < 3$	$-5 < x < 1$	]-5 ; 1[	d(x ; -2)<3
$\|x-5\| \leq 1$			
$\|x+2\| > 3$			
$\|2x-1\| \leq 2$			
$\|x+4\| \geq 8$			
$\|4x+6\| \leq 2$			
$\|-x-3\| \geq 1$			
$\|2x+5\| \leq 5$			

Chapitre III : FONCTIONS

EXERCICE 3.1 - CORRIGE -

Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{4}{x-5}$ 2) $f(x) = \sqrt{x+3}$

3) $f(x) = \frac{x+1}{x+3}$ 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x}$ 6) $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x}$

EXERCICE 3.2 – Même exercice:

1) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 2) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$

3) $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{x^2-25}$ 4) $f(x) = 1 - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4-x}}$

5) $f(x) = \sqrt{\frac{|3+x|}{x}}$ 6) $f(x) = \sqrt{x^2-9} - \frac{1}{x^2}$

EXERCICE 3.3 - CORRIGE -

Etudier les variations de f sur l'intervalle I :

1) $f(x) = x^2 - 5$ I = [0 ; +∞ [

2) $f(x) = \frac{3}{x-4}$ I =] -∞ ; 4 [

3) $f(x) = \sqrt{x-2}$ I = [2 ; +∞ [

4) $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ I =] -∞ ; $\frac{1}{2}$ [

5) $f(x) = x^2 - 4x + 1$ I = [2 ; +∞ [

EXERCICE 3.4

Soit $f(x) = \frac{-3x+1}{2x-3}$

1) Calculer le domaine de définition
2) Etudier les variations de f sur les intervalles de son domaine de définition.
3) Dresser le tableau de variations de f.

EXERCICE 3.5 - CORRIGE -

Soit $f(x) = x^2 + 6x - 1$.

1) Déterminer la forme canonique de *f*(*x*).
2) En déduire les variations de *f*.
3) Démontrer que *f* admet un extremum.

EXERCICE 3.6

Soit $f(x) = x^2 - 2x + 3$. Démontrer que f admet un minimum égal à 2 pour $x = 1$.

EXERCICE 3.7

Soit $f(x) = x^2 - 5x + 2$. Démontrer que f admet un minimum égal à $-\frac{17}{4}$ pour $x = \frac{5}{2}$.

EXERCICE 3.8

Soit $f(x) = \sqrt{3 - x} + 5$

1) Déterminer le domaine de définition de *f*.
2) Démontrer que *f*(*x*) admet un minimum égal à 5 pour $x = 3$.
3) Calculer les variations de *f* sur son domaine de définition.

EXERCICE 3.9

Après avoir calculé le domaine de définition de *f*, démontrer que $f(x) = -2\sqrt{x + 4} - 1$ admet un maximum égal à –1 pour $x = -4$.

EXERCICE 3.10

Démontrer que $f(x) = -4x^2 + 8x - 5$ admet un maximum égal à –1 pour $x = 1$.

EXERCICE 3.11 - CORRIGE -

Etudier la parité des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 5x + 4$ 2) $f(x) = -2x^2 + 5$

3) $f(x) = \sqrt{x + 6}$ 4) $f(x) = \frac{3}{x} - 5$

5) $f(x) = \frac{x + 3}{x - 4}$ 6) $f(x) = x^3 + x^2$

EXERCICE 3.12

Soit $f(x) = 4x^3 + 2x$.

1) Etudier la parité de *f*.
2) Démontrer que f est croissante sur son ensemble de définition.
3) Dresser le tableau de variations de *f*.
4) Dresser un tableau de valeurs et tracer la représentation graphique de *f*.

EXERCICE 3.13

Soit la fonction $f(x) = |3 - 2x| - |x + 1|$.

1) Ecrire f sans barres de valeurs absolues en regroupant les différents cas dans un tableau.
2) Dresser le tableau de variations de *f* et tracer sa représentation graphique.
3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$, puis l'inéquation $f(x) \leq 2$.

EXERCICE 3.14

Même exercice avec les fonctions :

1) $f(x) = |2 - x| - |x + 1| - |-2x + 1|$
2) $f(x) = |x| - |3 - x| - 2|x + 1|$

EXERCICE 3.15

Soient les fonctions $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$ et $g(x) = -x^2 + 5x + 8$.

1) Mettre les fonctions f et g sous la forme canonique.
2) Etudier les variations de *f* et *g* et tracer leurs représentations graphiques.
3) Déterminer par le calcul l'intersection des deux paraboles.

EXERCICE 3.16

Soit la fonction $f(x) = \frac{3x + 2}{x - 1}$.

1) Donner le domaine de définition de *f*.
2) Montrer qu'il existe deux réels *a* et *b* tels que $f(x) = a + \frac{b}{x - 1}$.
3) Etudier les variations de *f* et dresser le tableau de variations.
4) Tracer la représentation graphique de *f*.

EXERCICE 3.17

Soit deux fonctions : $f(x) = \frac{-4x + 1}{x + 3}$ et

$g(x) = \frac{3x + 6}{-x + 5}$

1) Donner le domaine de définition de *f* et de *g*.
2) Montrer qu'il existe des réels *a, b, a'* et *b'* tels que :

$$f(x) = a + \frac{b}{x + 3} \text{ et } g(x) = a' + \frac{b'}{-x + 5}.$$

EXERCICE 3.18

Soit la fonction $f(x) = 2x^2$.

1) Tracer la représentation graphique de *f*.

2) Résoudre graphiquement les équations suivantes :

$f(x) = 0$ $f(x) = 2$ $f(x) = 4$.

3) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

$f(x) \leq 2$ $f(x) \geq 4$ $f(x) \geq 1$.

EXERCICE 3.19

Soit la fonction $f(x) = \frac{2}{x}$ et $g(x) = x^2 - 5$.

1) Tracer les représentations graphiques de *f* et *g*.

2) Résoudre graphiquement :

$f(x)=3$ $\quad f(x)=-2$ $\quad g(x)=0$

$g(x)=-1$ $\quad f(x)\leq -2$ $\quad g(x)\geq -1$

$f(x)=g(x)$ $\quad f(x)<g(x)$.

Chapitre IV : CONFIGURATIONS DANS LE PLAN ET TRIGONOMETRIE

EXERCICE 4.1 (CORRIGE)

Soit un triangle ABC rectangle en B. On donne $AB=2{,}4$ et $AC=6{,}4$.

1) Calculer la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$.
2) Soit K le pied de la hauteur issue de B. Calculer BK. En déduire l'aire des triangles BKC, AKB et BAC.

EXERCICE 4.2

ABCD est un carré de côté 12 cm. E est le point de [AB] et F est le point de [CB] tels que :
AE = 5 cm et BF = 3 cm.

1) Faites une figure respectant les dimensions données.
2) Le triangle DEF semble rectangle en E. Quel théorème pouvez-vous utiliser pour prouver qu'il est rectangle ?
3) Terminez les calculs et concluez.

EXERCICE 4.3

Soit un triangle ABC tel que AB = 8, $\widehat{ABC}=45°$ et $\widehat{ACB}=60°$. Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).

1) Faire une figure.
2) Calculer les longueurs BH, AH, CH, BC et AC.

EXERCICE 4.4

ABC est un triangle, I est le milieu de [BC], J celui de [CA], K celui de [AB]. On note G le centre de gravité du triangle ABC.

1) Démontrer que [AI] et [KJ] ont le même milieu.
2) Démontrer que G est le centre de gravité du triangle IJK.

EXERCICE 4.5 (CORRIGE)

ABC est un triangle, H est son orthocentre. La perpendiculaire en B à (AB) coupe la perpendiculaire en C à (AC) en O. Soit J le milieu de [BC].

1) Démontrer que le quadrilatère BHCO est un parallélogramme.
2) En déduire que les points H, O et J sont alignés.

EXERCICE 4.6

ABC est un triangle tel que AB > AC. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ et la médiatrice de [BC] se coupent en D. Le point D se projette orthogonalement en I sur [AB] et en E sur [AC].

1) Justifiez les affirmations suivantes : DB=DC et DI=DE.
2) En déduire que les triangles DBI et DEC sont des triangles isométriques.

EXERCICE 4.7

ABCD est un carré de centre O et de côté a. I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AD]. (DI) coupe (CJ) en H et (AC) en G.

1. Démontrer que $\widehat{ADI}=\widehat{DCJ}$
2. En déduire que $\widehat{HDC}+\widehat{DCH}$ = 90° et que les droites (DI) et (CJ) sont perpendiculaires.
3. Démontrer que les triangles DHJ et DAI sont des triangles semblables
4. En déduire que l'aire du triangle DHJ est égale à $\frac{1}{5}$ de l'aire du triangle DAI, soit $\frac{1}{20}a^2$.
5. Démontrer que G est le centre de gravité du triangle ADB et que : AG = $\frac{2}{3}$AO = $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
6. Démontrer que l'aire du triangle DAG est égale à $\frac{1}{2}$AG × DO = $\frac{a^2}{6}$.
7. Déduire des questions précédentes que l'aire du quadrilatère JHGA est égale à $\frac{7}{60}a^2$.

EXERCICE 4.8

Démontrer les égalités suivantes :

1) $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$
2) $\sin^4 x+\cos^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x=1$
3) $\sin^4 x-\cos^4 x+2\cos^2 x=1$
4) $1-(\cos x-\sin x)^2=2\cos x\sin x$
5) $(\sin x+\cos x)^2-(\cos x-\sin x)^2=4\sin x\cos x$

Chapitre V : VECTEURS ET REPERES DU PLAN

EXERCICE 5.1
Soient trois points R, S et U non alignés.

1) Construire le point T tel que $\vec{RS} = \vec{ST}$. Que peut-on dire du point S ?
2) Construire le point K tel que $\vec{TU} = \vec{UK}$. Que peut-on dire du point U ?
3) Démontrer que (SU) et (RK) sont parallèles.
4) Construire le point L tel que $\vec{UL} = \vec{UR} + \vec{UT}$.
5) Démontrer que LRUT est un parallélogramme.

EXERCICE 5.2
ABCD est un parallélogramme de centre O.

1) Construire le point T tel que $\vec{DT} = \vec{DC} + \vec{AD}$.
2) Construire le point K tel que $\vec{AK} = \vec{CD} + \vec{AO}$.
3) Construire le point L tel que $\vec{DL} = \vec{BO} + \vec{AO}$.

EXERCICE 5.3 – CORRIGE -
ABCD est un parallélogramme.

1) Montrer que $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\,\vec{BC}$.
2) Montrer que $\vec{AC} + \vec{DB} = 2\,\vec{DC}$.

EXERCICE 5.4
Soit un triangle ABC quelconque.

1) On note I et K les images respectives des points A et B par la translation de vecteur $\vec{CB}$. Construire le triangle IBK.
2) Construire J, tel que $\vec{IA} = \frac{1}{2}\vec{IJ}$.
3) Construire le point L, tel que $\vec{BL} = 2\,\vec{CJ}$.
4) Démontrer que B est le milieu de [CK].
5) Démontrer que A est le milieu de [BL].

Démontrer que les quadrilatères AJCB et IABK sont des parallélogrammes.

EXERCICE 5.5
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on place les points A(-2 ;3), B(1 ;2), et C(-1 ;6).

1) Calculer AB, AC, et BC.
2) Montrer que ABC est un triangle rectangle isocèle.
3) Calculer les coordonnées de D, 4ème sommet du carré ABDC.

EXERCICE 5.6
On donne deux droites du plan par leurs équations :

$$D : y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \qquad D' : y = \frac{2}{3}x - 2$$

1) Le point A (-1, -1) appartient-il à D ? à D' ?
2) Donner le coefficient directeur de D.
3) Les droites D et D' sont-elles parallèles (2 méthodes) ?
4) Trouver l'équation de la droite D'' parallèle à D' et passant par A.
5) Tracer D, D', D''.

EXERCICE 5.7
Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Soient les points A(2, 3), B(0, -1), C(8, 0).

1) Placer les points A, B, C.
2) Quelle est la nature du triangle ABC ?
3) Soient :
- C' le symétrique de C par rapport à A.
- I le milieu du segment [BC'].
- A' le symétrique de A par rapport à I.
   a) Montrer que le quadrilatère ABA'C' est un rectangle.
   b) Montrer que les droites (AA') et (BC) sont parallèles.
   c) Quelle est la nature du quadrilatère AA'BC?
   d) Démontrer que AC = AC', et que BC = BC'.
4) Calculer AB, AC', BC'.

EXERCICE 5.8 - CORRIGE –
On considère trois points :

A (- 3 ; 0), B (0 ; 5), C (3 ; 4).

1) Les trois points sont-ils alignés ?
2) Déterminer l'équation de la droite (AB).
3) Déterminer l'équation de la médiane (AA'), si A' est le milieu du segment [BC].

EXERCICE 5.9 - CORRIGE –
Soient A et B deux points du plan. Existe-t-il un point M tel que : $2\,\vec{MA} + 3\,\vec{MB} = \vec{0}$
A, M et B sont-ils alignés ? Justifier.

EXERCICE 5.10
Soient A, B et C trois points du plan et D, le milieu de [BC].

Construire les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :

$$\vec{u} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{DC}$$
$$\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{DA}$$

EXERCICE 5.11
Soient A et B deux points distincts.

1) Montrer qu'il existe un point G unique tel que : $3\vec{GA} - 5\vec{GB} = \vec{0}$.

(On pourra calculer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AB}$)

2) Soit O un point quelconque du plan. Exprimer $\vec{OG}$ en fonction de $\vec{OA}$ et $\vec{OB}$. En déduire la construction du point G.

EXERCICE 5.12

Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Soient A(1 ; 2) , B(5 ; -2), C(-3 ; 0), D(5 ; *x*).

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$, $\vec{AD}$.
2) Pour quelle valeur de *x* les points A, C et D sont-ils alignés ?
3) Existe-t-il une ou des valeurs de *x* pour lesquelles B et D sont confondus ?

EXERCICE 5.13

Dans un repère orthonormé, on donne les points A(3 ; 2), B(-1 ; -2), C(5 ; 4).

Calculer les coordonnées des points D, E et F, tels que : $\vec{AD} = \vec{BC}$

$\vec{CE} = \vec{AB} - \vec{AC}$

$\vec{CF} + 2\vec{BF} = \vec{0}$.

EXERCICE 5.14

Dans un repère orthonormé, on donne les points A(3 ; 5), B(-1 ; 2), C(-2 ; 1) et M(4 ; m).

Déterminer la valeur de m pour que $\vec{AB}$ et $\vec{CM}$ soient colinéaires.

EXERCICE 5.15

Soient les points A(0 ;-5), B(5 ; 1), C(2 ; 3).

Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon de ce cercle.

EXERCICE 5.16

Soit le point A(2 ; 4) et la droite D d'équation $4x + 3y + 5 = 0$.

1) Déterminer une équation de la droite D' perpendiculaire à D et passant par A.

2) Calculer les coordonnées du point H, point d'intersection de D et D'.

3) En déduire la distance du point A à la droite D.

EXERCICE 5.17

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé.

A tout réel m, on associe la droite D_m d'équation :

$$x(m+2) + y(m-1) - 7m - 8 = 0$$

Déterminer les valeurs de m telles que :

a) D_m soit parallèle à (O*x*)

b) D_m soit parallèle à (O*y*)

c) D_m soit parallèle à la droite D' d'équation $3x - y + 2 = 0$

d) D_m passe par le point A(1 ; 3)

EXERCICE 5.18

Dans un repère orthonormé, on considère le triangle ABC, défini par A(-4 ; 0), B(3 ; 4) et C(6 ; -5). On désigne par A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

1) Calculer les coordonnées des points A', B' et C'.

2) Déterminer une équation de chacune des droites (AA') et (BB').

3) Calculer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.

4) Vérifier que les points G, C et C' sont alignés.

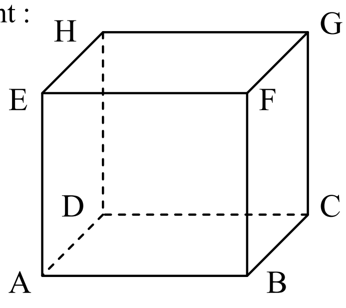
5) En déduire une équation de la droite (CC').

6) Vérifier que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Chapitre VI : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE 6.1 - CORRIGE PARTIEL -

Soit le cube suivant :



Dites et justifiez brièvement si les propriétés suivantes sont vraies ou fausses :

1. Les droites (EC) et (HB) sont sécantes.
2. Les droites (AD) et (FG) sont coplanaires.
3. La droite (FH) est parallèle au plan (ECB).
4. Les droites (AD) et (FH) sont coplanaires.
5. Les droites (EB) et (EH) sont orthogonales.
6. Les droites (EB) et (DG) sont orthogonales.
7. La droite (EH) est orthogonale au plan (BDF).
8. La droite (EG) est orthogonale au plan (BDF).
9. Les droites (EG) et (DF) sont orthogonales.

EXERCICE 6.2

Soit ABCD un tétraèdre. P est un point de la face ABC, intérieur au triangle ABC. Q est un point de la face ACD, intérieur au triangle ACD.

1. Justifier que les plans (APQ) et (BCD) sont sécants et construire leur droite d'intersection.

2. On suppose que la droite (PQ) coupe le plan (BCD) en un point R. Construire R.

EXERCICE 6.3

ABCDE est une pyramide dont la face BCDE est un trapèze avec (BC) // (DE). Soit F un point du segment [AB] autre que A et B. Soit P le plan passant par F et parallèle au plan (ADE).

1. P coupe (AC) en G. Montrer que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.
2. P coupe (CD) en H et (BE) en I. Que peut-on dire des droites (GH), (HI) et (IF) ?
3. Soit J le point d'intersection de (CE) et (HI). Montrer que FGJI est un parallélogramme.

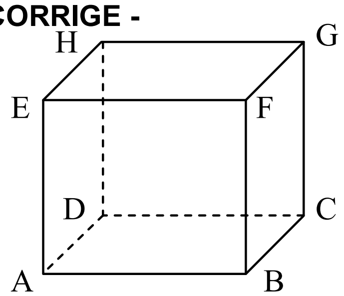
EXERCICE 6.4

Dans un tétraèdre ABCD, P est le milieu de [AD], Q celui de [CD]. On note G le centre de gravité du triangle ACD.

1. Pourquoi le point G appartient-il aux deux plans (BCP) et (BAQ) ?
2. Trouvez l'intersection des plans (BCP) et (BAQ).

EXERCICE 6.5 - CORRIGE -

Soit le cube suivant :



Dites si les propriétés suivantes sont vraies (pas nécessaire de justifier) ou fausses (donner un contre exemple avec le cube ci-dessus) :

1. Deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles.
2. Deux droites parallèles à un même plan sont parallèles.
3. Deux plans parallèles à un même troisième plan sont parallèles.
4. Deux plans parallèles à une même droite sont parallèles.
5. Deux droites orthogonales à une même troisième droite sont parallèles.
6. Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.

EXERCICE 6.6

Soit une pyramide SABCD de base carrée ABCD. Soit P le milieu de [SA], Q le milieu de [SB] et R le milieu de [SC].

1. Dessiner la pyramide SABCD en perspective cavalière.
2. Démontrer que les droites (PQ) et (DC) sont parallèles.
3. Démontrer que les plans (PQR) et (ABC) sont parallèles.
4. Quelle est l'intersection des plans (PQR) et (SDC) ?
5. Quelle est l'intersection de (PQR) avec la droite (SD) ?

EXERCICE 6.7

Soit ABCD un losange d'un plan P. Soit *d* la droite passant par A et orthogonale à P. Soit M un point de *d* autre que A.

Montrer que les droites (BD) et (MC) sont orthogonales.

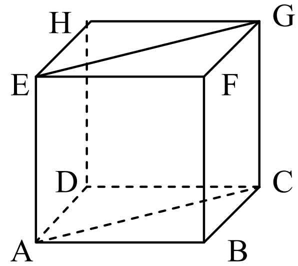
EXERCICE 6.8 - CORRIGÉ –

Soit une pyramide régulière SABCD de base carrée ABCD. Soit O le centre de ABCD. (SO) est la hauteur de la pyramide. Soit M le milieu de l'arête [BC].

1. Représenter la pyramide en perspective cavalière.
2. Démontrer que (SO) est orthogonale à la droite (CB).
3. En déduire que (CB) est orthogonale au plan (SOM).

EXERCICE 6.9

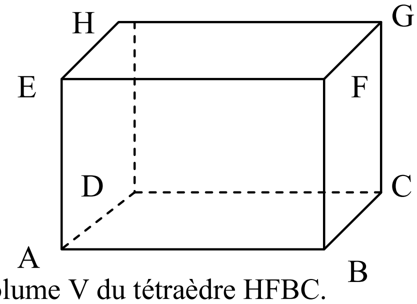
Soit le cube ABCDEFGH.



Représenter le prisme EGHACD en perspective cavalière avec la face EGH dans le plan de la feuille de papier, le côté [EG] étant horizontal.

EXERCICE 6.10

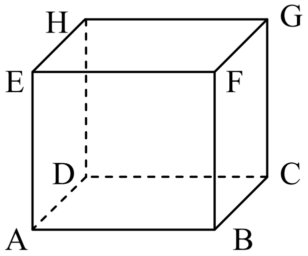
Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle avec AB = 6, AD = 3 et AE = 4.



1. Calculer le volume V du tétraèdre HFBC.
2. Calculer l'aire du triangle BCH.
3. La perpendiculaire au plan (BCH) passant par F coupe ce plan en I. Déduire des questions précédentes la distance FI.
4. Dans le triangle EFB, la hauteur issue de F coupe (EB) en J. Montrer que I=J.
5. Calculer $\sin(\widehat{EBF})$ et retrouver la valeur de FI obtenue en question 3.

EXERCICE 6.11

Soit le cube ABCDEFGH de côté a :



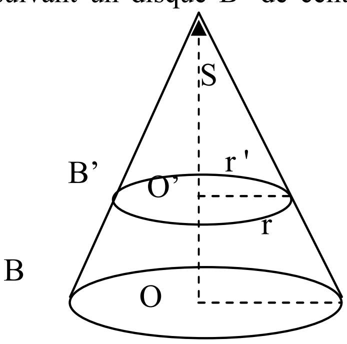
1. Calculer le volume V du tétraèdre GCBD en fonction de a.
2. Montrer que le triangle GBD est équilatéral et calculer son aire S en fonction de a.
3. La droite passant par C et orthogonale au plan (GBD) coupe ce plan en C'. Déduire des questions 1. et 2. la valeur de CC'.

EXERCICE 6.12

Un cône de révolution de sommet S a pour base un disque B de centre O et de rayon r.

O' est le point du segment [SO] tel que SO' = $\frac{2}{3}$ SO.

Le plan parallèle à la base qui passe par O' coupe le cône suivant un disque B' de centre O' et de rayon r'.



1. Démontrer que $\frac{r'}{r}$ est égal à $\frac{SO'}{SO}$.
2. Calculer le volume du cône de sommet S et de base B, puis le volume du cône de sommet S et de base B'.
3. Calculer le rapport de ces deux volumes.

EXERCICE 6.13

Calculer la hauteur des cylindres de révolution suivants avec comme volume V et comme aire du disque de base S :

1. $V = 5\ m^3$ et $S = 3{,}4\ m^2$.
2. $V = 7{,}3\ m^3$ et $S = 2{,}7\ m^2$.
3. $V = 8{,}7\ m^3$ et $S = 3{,}1\ m^2$.

EXERCICE 6.14

Les cônes suivants ont pour hauteur H et le disque de base a pour rayon R. Calculer le volume de chaque cône.

1. H = 5 m et R = 3,4 m.
2. H = 7,3 m et R = 2,7 m.
3. H = 8,7 m et R = 3,1 m.

EXERCICE 6.15

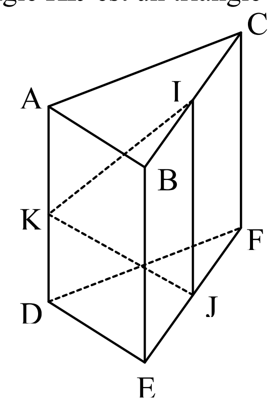
On dispose de trois récipients :
- A est un cylindre de révolution de hauteur h et de diamètre de base h,
- B est un cône de révolution de hauteur h et de diamètre de base h,
- C est une sphère de diamètre h.

1. B est plein d'eau. On verse son contenu dans A. Quelle est alors la hauteur atteinte par le liquide dans A ?
2. C est plein d'eau. On verse son contenu dans A. Quelle est alors la hauteur atteinte par le liquide dans A ?

EXERCICE 6.16

ABCDEF est un prisme droit dont toutes les arêtes mesurent 4 cm.
I est le milieu de [BC], J celui de [EF] et K celui de [AD].

1) Démontrer que AIJD est un rectangle.
2) Dessiner le rectangle AIJD en vraie grandeur. Démontrer que le triangle KIJ est un triangle équilatéral.



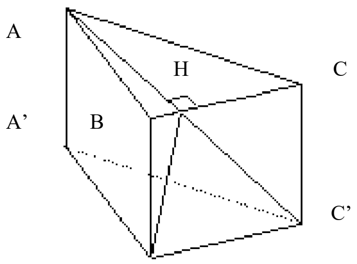
EXERCICE 6.17

ABCDEFGH est un cube, AB = 4 cm.
I est le milieu de [FB] et J celui de [FG].

1. Pourquoi les droites (HG) et (BA) sont-elles dans le même plan ? Démontrer que HGBA est un rectangle.
2. a) Démontrer que (IJ) est parallèle à (HA).
   b) Les droites (HJ) et (AI) se coupent en K. Démontrer que K est un point de (EF) et que F est le milieu de [EK].
3. Calculer HA, IJ, HJ et AI.
4. Dessiner le quadrilatère HJIA en vraie grandeur. Calculer son aire.
5. Calculer le volume du tronc de la pyramide AEHIFJ.

EXERCICE 6.18

ABCA'B'C' est un prisme droit. Les faces ABB'A', ACC'A' et BCC'B' sont donc trois rectangles. H est le projeté orthogonal de A sur le segment [BC].



a) Démontrer que (BB') est orthogonale au plan (ABC)
b) En déduire que (BB') et (AH) sont deux droites orthogonales.
c) Démontrer que (AH) est orthogonale au plan (BCC'B').
d) Quelle est la nature des triangles AHB' et AHC' ?

EXERCICE 6.19

SOAB est un tétraèdre. La droite (OS) est orthogonale au plan (OAB). Le triangle OAB est rectangle isocèle en O.
OS = 3 et OA = OB = 4.
M est un point de l'arête [AB]. H est le projeté orthogonal de M sur (OA) et K celui de M sur [OB]. On pose OH = x.
1. Démontrer que les faces latérales de la pyramide SOHMK sont des triangles rectangles.
2. Exprimer HM en fonction de x.
3. On note V(x) le volume de SOHMK. Démontrer que $V(x) = 4 - (x - 2)^2$
4. Comment choisir le point M sur [AB] pour que V(x) soit maximal ?
5. Quelle est alors la nature du quadrilatère HMK ?

Chapitre VII : STATISTIQUES

Pour chacun des exercices proposés ci-dessous, les élèves sont invités à étudier à l'aide de leur calculatrice les séries statistiques. Les calculs de médiane, moyenne et quartile seront dans un premier temps effectués manuellement, puis dans un deuxième temps à l'aide de la calculatrice.

EXERCICE 7.1

Lors du baccalauréat 1989 les notes obtenues en mathématiques dans un centre d'examen de la région parisienne ont été, pour 40 candidats :
1; 12; 11; 14; 15; 8; 6; 13; 12; 9; 4; 10; 12; 14; 18; 5; 16; 10; 6; 14; 17; 12; 8; 7; 4; 11; 12; 15; 13; 13; 10; 14; 16; 7; 10; 19; 10; 15; 18; 12.
1) Ordonner ces résultats et donner, dans un tableau, l'effectif de chaque note.
2) Calculer les fréquences des notes.
3) Calculer la moyenne des notes.
4) Choisir une répartition en classes correcte.
5) Construire l'histogramme correspondant au choix précédent.

EXERCICE 7.2

Les clientes d'un salon de coiffure se répartissent de la façon suivante :

Employées : 34%
Cadres : 16%
Etudiantes : 15%
Retraitées : 11%
Professions libérales : 8%
Sans profession : 16%

1) Représenter ces données sur un diagramme circulaire.
2) Sachant que les clientes cadres sont au nombre de 57, combien le salon compte-t-il de clientes :
   - dans chaque catégorie ?
   - au total ?

EXERCICE 7.3

Déterminer la médiane, si elle existe, de la série statistique suivante : 12 6 20 3 10 13 8

EXERCICE 7.4 - CORRIGE -

Même question que ci-dessus avec la série :
12 7 14 12 5 12 3 12

EXERCICE 7.5

Dans une classe de 34 élèves, les notes au dernier contrôle sont réparties de la manière suivante :

Note	Nombre d'élèves
2	4
5	1
6	2
8	6
9	1
11	8
12	2
15	5
16	2
18	3

1) Calculer la moyenne de cette série.
2) Calculer la médiane, puis le mode.
3) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.
4) Calculer les fréquences associées à chaque note, puis calculer les fréquences cumulées décroissantes
5) Tracer un diagramme en bâtons.

EXERCICE 7.6 - CORRIGE PARTIEL

Dans une entreprise de 56 salariés, les salaires sont répartis entre les classes suivantes :

Classe de salaires (€)	Effectifs
[1000 ; 1200[	20
[1200 ; 1400[	15
[1400 ; 1600[	12
[1600 ; 1800[	6
[1800 ; 2000[	3

1) Tracer un histogramme.
2) Calculer la moyenne de cette série.
3) Calculer la fréquence associée à chaque classe.

EXERCICE 7.7

Sur un groupe de 20 élèves, on étudie le nombre de frères et sœurs qu'a chaque élève :

Nombre de frères et sœurs	Effectifs
0	2
1	5
2	7
3	2
4	3
5	1

1) Après avoir traduit les données en angles, tracer un diagramme circulaire.
2) Déterminer le nombre de frères et sœurs moyen, puis médian de la série.
3) On ajoute à l'étude trois élèves qui ont respectivement 2, 4 et 5 frères et sœurs. Calculer alors la moyenne et la médiane de cette nouvelle série.

EXERCICIE 7.8 - CORRIGE -

Laure a obtenu 7, 12, 15 et 11 aux quatre derniers contrôles de mathématiques.

1) Quelle doit être sa note au dernier contrôle du trimestre si elle veut obtenir 14 de moyenne générale ?
2) Si elle obtient 18 à ce dernier contrôle, quelle sera alors sa moyenne ?

EXERCICE 7.9 - CORRIGE -

On a recensé le nombre d'enfants vivant dans chacun des foyers d'une petite ville :

Nombre d'enfants	Effectifs
0	290
1	170
2	155
3	95
4	43
5	27
6	20
7	10

Calculer le nombre d'enfants moyen m par foyer à 10^{-2} près.

EXERCICE 7.10

La liste des moyennes du troisième trimestre des 30 élèves d'une classe de seconde est la suivante :

9,7	5,4	14,1	11,1	10,5	11
8,1	9,5	11,9	9,5	14,3	13,5
10,7	15,1	16,4	12,1	10,6	8,7
9	17	16,7	13,8	14,9	6,3
11,2	9,2	5,8	12,5	10,5	12,1

1) Calculer la moyenne et la médiane de cette série statistique.
2) On considère les classes suivantes :

[5 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[
[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[

a) Dresser le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.
b) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants. Déterminer par lecture graphique une valeur approchée de la médiane.
c) Calculer la moyenne de cette série statistique continue.
d) Comparer ces résultats à ceux obtenus en 1).

EXERCICE 7.11

Un groupe analyse la durée, en minutes, du déplacement domicile–lieu de travail :

7	12	13	9	17	14
16	13	8	14	5	9
12	6	10	11	13	8
6	17	10	8	8	

1) Tracer un diagramme en bâtons représentant cette série.
2) Calculer la moyenne.
3) Proposer un regroupement par classes, et recalculer la moyenne.

Chapitre VIII : PROBABILITES

EXERCICE 8.1 - EVENEMENT CONTRAIRE (CORRIGE)

Dans chacune de situations décrites ci-dessous, énoncer l'événement contraire de l'événement donné.

1) Dans une classe, on choisit deux élèves au hasard. Soit l'événement A : « Les deux élèves sont des garçons ».
2) Dans un groupe de français et de belges, on discute avec une personne. Soit l'événement B : « La personne est un homme belge ».
3) A une loterie, Céline achète 3 billets.

C : « L'un des billets au moins est gagnant » , D : « Deux billets au maximum sont gagnants ».

EXERCICE 8.2- EVENEMENTS COMPATIBLES OU NON ?

Une urne contient des boules blanches, noires et rouges. On tire une boule de l'urne. On note les événements suivants :

A : « Tirer une boule blanche ».

B : « Tirer une boule ni blanche ni rouge ».

C : « Tirer une boule noire ou une boule rouge ».

1) A et B sont-ils compatibles ?
2) B et C sont-ils incompatibles ?
3) Traduire par une phrase ne comportant pas de négation $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

EXERCICE 8.3

On jette deux dés cubiques non pipés. On considère les événements suivants :

A : « La somme obtenue est au moins égale à 6 ».

B : « La somme obtenue est au plus égale à 6 ».

C : « La somme obtenue est strictement inférieure à 4 »

1) A et B sont-ils contraires ?
2) $\overline{B}$ et C sont-ils incompatibles ?
3) Traduire par une phrase $\overline{C}$.
4) A et $\overline{C}$ sont-ils incompatibles ?

EXERCICE 8.4 (CORRIGE)

Dans un cirque, on distribue à chacun des 200 spectateurs un billet de loterie. Parmi ces 200 billets, 7 donnent droit à 3 places gratuites, 10 à 2 places gratuites, 15 à une place gratuites et les autres à un bonbon.

1) Quelle est la probabilité, pour un spectateur, de gagner exactement deux places gratuite ?
2) Quelle est la probabilité pour un spectateur de ne rien gagner ?
3) Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner au moins une place ?

EXERCICE 8.5

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Parmi ces 10 boules, 6 sont noires et 4 sont rouges.

1) On tire au hasard une boule dans l'urne. Quelle est la probabilité qu'elle soit noire ?
2) On ne remet pas la boule tirée. On tire de nouveau une boule. Quelle est la probabilité quelle soit noire si la première boule tirée était noire ? rouge ?
3) Représenter à l'aide d'un arbre tout les résultats possibles à l'issue de ces deux tirages.

EXERCICE 8.6

Une pièce truquée a deux fois plus de chance de retomber sur pile que sur face. On lance trois fois de suite cette pièce.

1) Représenter à l'aide d'un arbre toutes les issues possibles
2) Calculer la probabilité des événements suivants :

A = « on obtient d'abord pile puis deux face »

B= « on obtient face au moins une fois »

C= « on obtient face exactement une fois »

EXERCICE 8.7

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Toutes les cartes ont la même probabilité d'être tirées.

1) On appelle F l'événement "la carte tirée est une figure (valet, dame ou roi)".

Calculer P(F) puis P($\overline{F}$).

2) On appelle C l'événement "la carte tirée est un coeur"

Calculer P (C$\cap$D) et traduire cette probabilité par une phrase.

3) Quelle est la probabilité d'obtenir ni un cœur, ni un as ?

EXERCICE 8.8 (CORRIGE)

On considère deux événements A et B tels que :

P(A) = 0,75 ;

P(B) = 0,15 ;

P (A$\cap$B)=0,5

1) Calculer P (A$\cup$B).

2) Les événements A et B sont-ils compatibles ?

EXERCICE 8.9

On considère deux événements C et D tels que :

P(C) = 0,5 ;

P(D) = 0,2 ;

P (C$\cap$D)=0,15

1) Les événements C et D sont -ils compatibles ?2) Calculer P (C$\cup$D)

EXERCICE 8.10

Un club de d'équitation compte 150 membres. Chacun des membres pratique un seul des trois sports suivants :

le saut, la course, le dressage.

Le tableau suivant donne la répartition des membres du club :

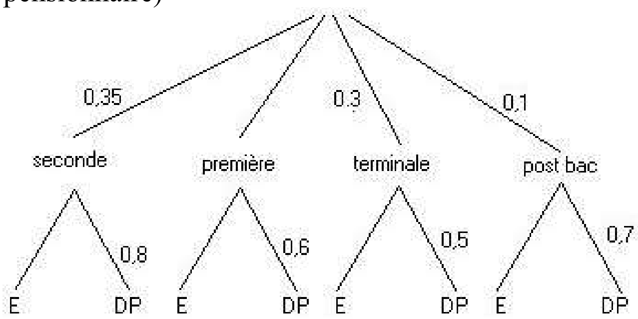
	saut	course	dressage	total
Moins de 18 ans	14	2	17	33
Plus de 18 ans	38	57	22	117
Total	52	59	39	150

On choisit au hasard un membre du club (on donnera les résultats sou forme décimale en arrondissant les valeurs approchées à 0,01 près).
On considère les événements suivants :
S : « le membre du club pratique le saut »
C : « le membre pratique la course »
D : « le membre pratique le dressage »
A : « le membre est un adulte »
Calculer les probabilités suivantes et traduire le résultat par une phrase :

1) $P(S)$
2) $P(D)$
3) $P(S \cup C)$
4) $P(A \cap D)$
5) $P(A \cap S)$

EXERCICE 8.11

Dans un lycée, quel que soit le niveau, un élève peut être externe ou demi-pensionnaire. L'arbre ci-contre indique la répartition selon le niveau et la qualité de l'élève (E: externe ; DP: demi-pensionnaire)



1) Recopier et compléter cet arbre.
2) a) Déterminer le pourcentage d'élèves externes dans ce lycée.
b) Déterminer la part des Terminales parmi les externes.

EXERCICE 8.12

Dans une assemblée de 400 personnes, on ne remarque que les hommes portant la un pull rouge ou ayant un chapeau. Il y a 120 hommes qui portent un pull rouge, 90 hommes qui portent un chapeau, dont 50 portent un pull rouge
On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.
1) Quelle est la probabilité pour que ce soit un homme portant un pull rouge
2) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant un pull rouge et un chapeau.
3) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant un pull rouge ou un chapeau (ou les deux).
4) Quelle est la probabilité que cette personne ne soit ni un homme avec un pull rouge, ni un homme portant un chapeau ?

EXERCICE 8.13 (CORRIGE)

Lors d'un référendum, deux questions étaient posées. 73% des personnes ont répondu « oui » à la première question, 58 % ont répondu « oui » à la seconde question, et 42 % ont répondu « oui » aux deux.

1) Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « oui » à l'une ou l'autre des questions?
2) Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « non » aux deux questions ?

EXERCICE 8.14

Voici les résultats d'un sondage effectué sur 1000 personnes, à propos des jeux vidéo :

- 35% des personnes ont déclaré aimer jouer aux jeux vidéo
- 30% des personnes interrogées ont moins de 30 ans, et, parmi celles-ci, 85% ont déclaré aimer jouer aux jeux vidéo
- 15% des personnes interrogées ont plus de 50 ans, et, parmi celle-ci, 90% ont déclarer ne pas aimer jouer aux jeu vidéos.

1) Compléter le tableau suivant :

Personne interrogée	Aime les jeux vidéo	N'aime pas les jeux vidéo	total
Moins de 30 ans			
Entre 30 et 50 ans			
Plus de 50 ans			
Total			1000

2) On choisit au hasard une personne parmi les 1000 interrogées. On considère les événements suivant :

A : « La personne interrogée aime jouer aux jeux vidéo »
B : « La personne interrogée à moins de 30 ans »

a) Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
b) Calculer $P(B)$ et traduire cette probabilité par une phrase.
c) Calculer $P(A \cap B)$ et traduire cette probabilité par une phrase. En déduire $P(A \cup B)$
d) On sait que la personne interrogée n'aime pas jouer aux jeux vidéo. En vous aidant du tableau, calculer la probabilité qu'elle ait moins de 50 ans.

Chapitre IX : ALGORITHMIQUE

Les exercices d'algorithmique peuvent être traités indépendamment, ou en parallèle avec les chapitres auxquels ils se rapportent (indiqué entre parenthèses).

EXERCICE 9.1

On considère l'algorithme suivant :
SAISIR A
B PREND LA VALEUR A+3
C PREND LA VALEUR B*2
D PREND LA VALEUR C-A^2
AFFICHER D

1) Que va afficher cet algorithme si le nombre de départ est 1 ? -3/4 ?
2) On note x le nombre de départ. Exprimer le résultat de cet algorithme en fonction de x, on le notera f(x).
3) Quelle doit être la valeur choisie au départ pour obtenir un résultat égal à 0 ? 5 ?

EXERCICE 9.2

Pendant les soldes, un magasin vend des jeans à 30 € et des pulls à 10 €. Pour tout achat d'au moins 1 jean et 2 pulls, une réduction de 10% sur le(s) jean(s) et 20% sur les pulls est appliquée.
Construire un algorithme permettant de calculer et d'afficher le prix total en fonction du nombre de jeans et de pulls achetés puis l'appliquer pour un achat de 3 jeans et 5 pulls.

EXERCICE 9.3 SOMME D'ENTIERS

1) Construire un algorithme permettant de calculer la somme des entiers de 7 à 77.
2) Construire un algorithme permettant de calculer la somme des nombres pairs de 4 à 444.

EXERCICE 9.4 (CORRIGE)

On considère l'algorithme suivant :

```
POUR X DE 0 A 5
        Y PREND LA VALEUR X²+2X
        AFFICHER « POUR X =»
        AFFICHER X
        AFFICHER « Y= »
        AFFICHER Y
        PAUSE
FIN POUR
```

Que va afficher cet algorithme ?

EXERCICE 9.5 (CORRIGE)

Au 1er Janvier 2010, Paul épargne une somme de 3000 €. Les intérêts sont de 4% par an. On cherche l'année à partir de laquelle son capital (intérêts compris) dépassera la somme de 7000€.
Ecrire un algorithme traduisant l'énoncé.

EXERCICE 9.6

Pour la naissance de Léa, ses grands-parents ont placé une somme de 1000€ sur son livret d'épargne, rémunéré à 2,3%.
Ecrire un algorithme calculant à quel âge Léa disposera du double de la somme placée au départ.

EXERCICE 9.7 FONCTIONS

Un ciné propose trois options :
Option A : Sans abonnement, la séance coute 7€
Option B : Abonnement mensuel à 20€/mois, la séance coute 2€
Option C : Abonnement annuel à 300€ /an, le nombre de séances est alors illimité
Ecrire un algorithme affichant, pour un nombre moyen de séances mensuelles donné, le forfait le plus intéressant.
A partir de combien de séances mensuelles l'abonnement C est-il le plus intéressant ?

EXERCICE 9.8 - GEOMETRIE

1) a) Soient trois A, B, C définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormé. Construire un algorithme permettant de trouver les coordonnées du point D, tel qu'ABCD soit un parallélogramme.
   b) Tester cet algorithme avec les points A (-4,3) , B(1,1) et C(-3,-2)
2) On considère maintenant quatre points A, B, C et D, définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormé. Construire un algorithme permettant de savoir si le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ou non, et renvoyant une phrase du type : « le quadrilatère ABCD est un parallélogramme » ou « le quadrilatère ABCD n'est pas un parallélogramme »
   Tester cet algorithme avec les points de la question précédente.

EXERCICE 9.9 - POINTS ALIGNES

On considère trois points A, B et C définit par leurs coordonnées dans un repère orthonormé. Ecrire un algorithme permettant de savoir si ces points sont alignés ou non, et affichant une phrase de conclusion.

EXERCICE 9.10

Marie a besoin de faire des photocopies, elle se rend à la librairie. Les tarifs suivant sont affichés :

- 1 à 10 photocopies : 0,20c/pièce

- 11 à 50 : 0,15c/pièce
- 51 à100 : 0,10c/pièce
- Plus de 100 : 0,06c/pièce

Ecrire un algorithme permettant de calculer le prix que Marie devra payer, en fonction du nombre de photocopies.

EXERCICE 9.11 - JEU

Ecrire un algorithme traduisant cet énoncé :
L'ordinateur choisit un nombre au hasard entre 7 et 77, sans le dévoiler. Le joueur à 7 essais pour trouver ce nombre, et à chaque essai, l'ordinateur répond « plus petit », « plus grand », « bravo » ou « perdu » si les 7 essais ont été des échecs.

EXERCICE 9.12 - FONCTION

On considère la fonction $f(x)=3x^2-2x+1$
On admet que f possède un minimum sur [-1,2] noté x_0
Ecrire un algorithme permettant de trouver x_0 à 10^{-2} près.

EXERCICE 9.13 - EQUATION DE DROITE

Ecrire un algorithme qui permet d'écrire l'équation d'une droite, connaissant les coordonnées de deux points de cette droite.

EXERCICE 9.14 – STATISTIQUES (CORRIGE)

On lance un dé cubique non pipé autant de fois qu'il le faut pour obtenir 6.
Ecrire un algorithme déterminant le nombre de lancers nécessaires pour obtenir un premier 6. Modifier cet algorithme afin de connaitre le nombre moyen de lancers nécessaires pour obtenir un premier 6 (on considérera qu'une centaine d'expériences est nécessaire pour avoir une valeur moyenne).

EXERCICE 9.15 - PROBABILITES

Ecrire un algorithme permettant de calculer la fréquence des « face » lors de N lancer d'une pièce de monnaie équilibrée.

EXERCICE 9.16

On colorie un carré de 2 cm côté en plusieurs étape.
Etape 1 : On partage le carré en quatre carrés de même aire et on colorie le carré situé en bas à gauche
Etape 2 : On partage chaque carré non colorié en quatre carrés de même aire et on colorie dans chacun, le carré situé en bas à gauche.
Etape 3 à N : On procède de même que pour les étapes précédentes.
Ecrire un algorithme permettant de calculer l'aire coloriée après N étapes.

EXERCICE 9.17 - VOLUME D'UN CONE (GEOMETRIE DANS L'ESPACE) (CORRIGE PARTIEL)

On considère un cône de hauteur H=8cm et de rayon R variable.
1)Ecrire un algorithme permettant de calculer le volume de ce cône en fonction de R.
2)Tester cet algorithme pour les valeurs suivantes : R=3cm, R=5cm, R=15cm.

EXERCICE 9.18

Le petit village d'Algo est compte 800 habitants en 2010. On prévoit une croissance démographique de 2% par an.

1) Que va afficher cet algorithme ?

```
A PREND LA VALEUR 2010
P PREND LA VALEUR 800
POUR I DE 1 A 5
    A PREND LA VALEUR A+1
    P PREND LA VALEUR P*1,02
    AFFICHER « ON PREVOIT UNE POPULATION DE»
    AFFICHER P
    AFFICHER « EN »
    AFFCIHER A
FINPOUR
```

2) Compléter et modifier cet algorithme afin d'afficher l'année à partir de laquelle, selon la prévision, la population d'Algo aura doublé.

EXERCICE 9.19 - PROBABILITES

Voici les règles d'un jeu proposé dans une fête foraine :
Un roue est divisée en 9 parts, numérotés de 1 à 9. La partie coute 1€.Le joueur tourne la roue une première fois.
S'il l'on tombe sur le numéro 1, le jeu s'arrête, le joueur à perdu.
S'il tombe sur un nombre pair, il gagne 1 €.
S'il tombe sur le 3,5 ou 7, il gagne 2 €.
S'il tombe sur le numéro 9, il relance la roue jusqu'a tomber sur un autre chiffre.
Ecrire un algorithme permettant de simuler une partie de ce jeu et affichant le gain ou la perte final(e) du joueur par une phrase du type : « vous avez perdu x euros », « vous avez gagné x euros », « vous n'avez rien gagné ».

EXERCICE 9.20 - EQUATIONS

J'ai quatre fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez.
J'ai quarante ans.
Quel âge avez-vous?
Traduire cet énoncé par des équations du premier degré et le résoudre.
Sachant que le résultat est un entier, proposer un algorithme permettant de retrouver ce résultat.

Partie C : CORRIGES

Chapitre I : ÉQUATIONS - SYSTEMES

EXERCICE 1.2

1) $$-2(x+6)+\frac{1}{4}=\frac{3x}{2}-4(-2x+1)$$

Etape 1 : On développe les deux membres de l'équation.

$$-2x-12+\frac{1}{4}=\frac{3x}{2}+8x-4$$

Etape 2 : On regroupe les termes en x à gauche, et les autres termes à droite de l'équation.

$$-2x-\frac{3x}{2}-8x=-4+12-\frac{1}{4}$$

$$\frac{-4x-3x-16x}{2}=\frac{-16+48-1}{4}$$

$$\frac{-23x}{2}=\frac{31}{4}$$

Etape 3 : On met les deux membres au même dénominateur.

$$\frac{-46x}{4}=\frac{31}{4} \qquad -46x=31 \qquad x=\frac{-31}{46}$$

De même, on obtient :

2) $x=\frac{1}{10}$ 3) $x=\frac{111}{335}$ 4) $x=\frac{8}{5}$

5) $x=\frac{14}{3}$ 6) $x=\frac{43}{10}$

EXERCICE 1.4

a) $(3x-2)^2=(2x+1)^2$

On passe tout à gauche et on factorise le calcul avec a^2-b^2 :

$(x-3)(5x-1)=0$ Donc $S=\left\{\frac{1}{5};3\right\}$.

b) $6x^2-3=2x^2+2x\sqrt{2}+1$

Ici, on factorise les deux côtés séparément, ce qui fait apparaître un facteur commun global :

$3(\sqrt{2}x+1)(\sqrt{2}x-1)=(\sqrt{2}x+1)^2$

Puis on passe tout à gauche et on factorise l'ensemble : On obtient alors $S=\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right\}$.

c) $9x^2-1+(3x+5)(3x-1)=9x^2-6x+1$

On factorise l'ensemble par $3x-1$, et on obtient :

$S=\left\{-\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right\}$.

d) $(3x+4)^2-(x-2)^2=(7x+3)^2-(3x+1)^2$

On factorise chaque côté séparément avec a^2-b^2, ce qui fait apparaître le facteur commun $4x+2$.

On obtient alors $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right\}$.

e) $(3x-2)^2+(6x-4)(x+1)+(x+1)^2=0$

Ici, on développe l'ensemble du calcul, ce qui permet de faire apparaître $a^2-2ab+b^2$:

$16x^2-8x+1=0$ Donc $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

EXERCICE 1.10

a) $|x-4|=1$

$x-4=-1$ ou $x-4=1$ $S=\{3;5\}$

b) $|2x+1|=6$ $S=\left\{-\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right\}$

c) $|x+5|=8$ $S=\{-13;3\}$

d) $|2x-5|=0$ $S=\left\{\frac{5}{2}\right\}$

e) $|x+3|=-5$ $S=\varnothing$

f) $|-2x-3|=2$ $S=\left\{-\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right\}$

g) $|2-x|=\frac{3}{2}$ $S=\left\{\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right\}$

EXERCICE 1.17

$\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{7}{9}\\ x-y=12\end{cases}$ Par substitution, on obtient : $S=\{(-42;-54)\}$

Chapitre II : ORDRE – ENCADREMENTS - INEQUATIONS

EXERCICE 2.2

$1{,}8\le x\le 1{,}9$ et $2{,}6\le y\le 2{,}7$.

$4{,}4\le x+y\le 4{,}6$

$-0{,}9\le x-y\le -0{,}7$

$-5{,}4\le 3x-4y\le -4{,}7$

$4{,}68 \le xy \le 5{,}13$

EXERCICE 2.5

$18 < a < 20$ et $8 < b < 9$

encadrement du périmètre :

$52 < 2(a+b) < 58$

encadrement de l'aire :

$144 < ab < 180$

EXERCICE 2.8

$23 < A < 24$

$\frac{1}{24} < \frac{1}{A} < \frac{1}{23}$

$\frac{1}{576} < \frac{1}{A^2} < \frac{1}{529}$

$\sqrt{23} < \sqrt{A} < \sqrt{24}$

$\frac{1}{\sqrt{24}} < \frac{1}{\sqrt{A}} < \frac{1}{\sqrt{23}}$.

EXERCICE 2.14

1) $x^2 - 7x + 15 \le x^2 - 4x + 4$

$11 \le 3x$

$x \ge \frac{11}{3}$

$S = \left[\frac{11}{3};+\infty\right[$.

2) $-15 > -x + 5$

$x > 20$

$S =]20;+\infty[$.

3) $S =]-\infty;1]$

EXERCICE 2.18

a) $|x-2| \le 1$

$-1 \le x - 2 \le 1$

donc $\begin{cases} x \le 3 \\ x \ge 1 \end{cases}$ donc $S = [1;3]$

b) $|x+1| \ge 2$

De même on a : $S =]-\infty;-3] \cup [1;+\infty[$.

c) $|x-5| < 3$

$S =]2;8[$.

d) $|2-x| \le 4$

$S = [-2;6]$

e) $|x-3| \ge 0$

Une valeur absolue est toujours positive ou nulle.

Donc $S =]-\infty;+\infty[$

f) $|2x+5| \le 5$

$S = [-5;0]$.

Chapitre III : FONCTIONS

EXERCICE 3.1

1) $f(x) = \frac{4}{x-5}$ $D_f =]-\infty;5[\cup]5;+\infty[$

2) $f(x) = \sqrt{x+3}$ $D_f = [-3;+\infty[$

3) $f(x) = \frac{x+1}{x+3}$ $D_f =]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}$ $D_f = [0;1[\cup]1;+\infty[$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x}$ $D_f = [-4;0[\cup]0;+\infty[$

6) $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x}$ $D_f =]0;+\infty[$.

EXERCICE 3.3

1) $f(x) = x^2 - 5$

$f(a) - f(b) = (a-b)(a+b)$

si $a < b$ alors $a - b < 0$

si $a > 0$ et $b > 0$ $a + b > 0$

Donc $f(a) - f(b) < 0$ et $f(a) < f(b)$

Donc f est croissante sur $I = [\,0\,;+\infty\,[$.

2) $f(x) = \frac{3}{x-4}$

f est décroissante sur $I =]-\infty\,;4[$.

3) $f(x) = \sqrt{x-2}$

f est croissante sur $I = [\,2\,;+\infty\,[$.

4) $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$

f est décroissante sur $I =]-\infty\,;\frac{1}{2}[$.

5) $f(x) = x^2 - 4x + 1$

f est croissante sur $I = [2\,;+\infty\,[$

EXERCICE 3.5

Soit $f(x) = x^2 + 6x - 1$.

1) $f(x) = x^2 + 2 \times 3x + 9 - 9 - 1$

$f(x) = (x+3)^2 - 10$

2) La fonction *f* est décroissante sur $]-\infty;-3]$, et croissante sur $[-3;+\infty[$.

3) Un carré est toujours positif ou nul, donc $(x+3)^2 \ge 0$ donc $(x+3)^2 - 10 \ge -10$.

$f(x) \ge -10$.

Donc f admet un minimum égal à -10 pour $x=-3$.

EXERCICE 3.11

1) $f(x)=5x+4$

$f(-x)=-5x+4$ donc f n'est ni paire ni impaire.

2) $f(x)=-2x^2+5$

$f(-x)=-2x^2+5$ donc f est paire.

3) $f(x)=\sqrt{x+6}$

Le domaine de définition f est]-6 ;+∞[, il n'est pas symétrique par rapport à 0, donc f n'est ni paire ni impaire.

4) $f(x)=\frac{3}{x}-5$

$f(-x)=-\frac{3}{x}-5$ donc f n'est ni paire ni impaire.

5) $f(x)=\frac{x+3}{x-4}$

f est définie en –4 mais pas en 4, donc son domaine de définition n'est pas symétrique par rapport à 0. f n'est ni paire ni impaire.

6) $f(x)=x^3+x^2$

$f(-x)=-x^3+x^2$ donc f n'est ni paire ni impaire.

Chapitre IV : CONFIGURATION DANS LE PLAN ET TRIGONOMETRIE

EXERCICE 4.1

1)ABC est rectangle en B, son hypoténuse est donc le côté AC. On cherche la valeur de l'angle $\hat{BAC}$,or on connait la mesure du côté AC (hypoténuse) et celle du côté AB (adjacent à $\hat{BAC}$). On utilise donc le cosinus.

$$\text{Cos}(\hat{BAC}) = \frac{AB}{AC} = \frac{2,4}{6,4} = 0,375$$

$\hat{BAC} = \cos^{-1}(0,375) \approx 68°$

2)Le triangle AKB est rectangle en K. Or on connait la mesure du côté AB (hypothénuse) et de l'angle $\hat{BAC}$ (opposé au côté BK). On utilise donc le sinus :

$\text{Sin}(\hat{BAC}) = \frac{BK}{AB} \Leftrightarrow BK = \text{Sin}(\hat{BAC}) * AB$

BK= Sin (68°)*2,4

BK ≈ 2,22

Rappel : aire d'un triangle = $\frac{\text{base} * \text{hauteur}}{2}$

Aire(ABC) = $\frac{AC * KB}{2}$

Aire(ABC) = $\frac{6,4 * 2,22}{2} \approx 7,1$ UA

Aire(AKB) = $\frac{AK * KB}{2}$

Calculons AK : le triangle AKB est rectangle en A, on sait que AB=2,4 et BK=2,2. D'après le théorème de Pythagore :

$AB^2=AK^2+BK^2 \Leftrightarrow AK^2= AB^2- BK^2$

AK= Cos (BAC)*AB= (AB/AC)*AB= AB^2/AC

AK≈0,9

Aire(AKB) = $\frac{0,96 * 2,22}{2}$

Aire(AKB) ≈1,0 UA

Aire(BKC) = Aire(ABC)- Aire(AKB)

Aire(BKC) =7,1-1,0

Aire(BKC) = 6,1 UA

EXERCICE 4.5

1) On sait que (BO) ⊥ (AB) et (CH) ⊥ (AB) donc (BO) // (CH)

On sait que (CO) ⊥ (AC) et (BH) ⊥ (AC) donc (BH) // (CO)

Or un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme. Donc BHCO est un parallélogramme.

2) On sait que J est le milieu de [BC], qui est une des diagonales du parallélogramme BHCO. Or les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Donc J est également le milieu de [OH], donc les point H,O et J sont alignés.

Chapitre V : VECTEURS ET REPERES DU PLAN

EXERCICE 5.3

ABCD est un parallélogramme.

1) $\vec{AC}+\vec{BD}=\vec{AD}+\vec{DC}+\vec{BC}+\vec{CD}$

$\vec{AC}+\vec{BD}=2\vec{BC}+\vec{0}$

$\vec{AC}+\vec{BD}=2\vec{BC}$.

2) $\vec{AC}+\vec{DB}=\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{DC}+\vec{CB}$

$\vec{AC}+\vec{DB}=\vec{AB}+\vec{DC}$

$\vec{AC}+\vec{DB}=2\vec{DC}$.

EXERCICE 5.8

1) Les points sont alignés si et seulement si les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires. $\vec{AB}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$

$\vec{AC}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$

Les coordonnées de ces vecteurs ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.
Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) (AB) : $y = mx + p$

$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{5}{3}$ $\qquad p=5-\dfrac{5}{3}\times 0=5$

Donc (AB) : $y=\dfrac{5}{3}x+5$

3) A' $\begin{pmatrix}\dfrac{3}{2}\\[4pt]\dfrac{9}{2}\end{pmatrix}$

On applique la même méthode que pour (AB), et on obtient :
(AA') : $y=x+3$.

EXERCICE 5.9

Si $2\vec{MA}+3\vec{MB}=\vec{0}$

alors $2\vec{MA}+3\vec{MA}+3\vec{AB}=\vec{0}$

Donc $5\vec{AM}=3\vec{AB}$ et $\vec{AM}=\dfrac{3}{5}\vec{AB}$.

Donc M est unique, et A, B et M sont alignés.

Chapitre VI : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE 6.1

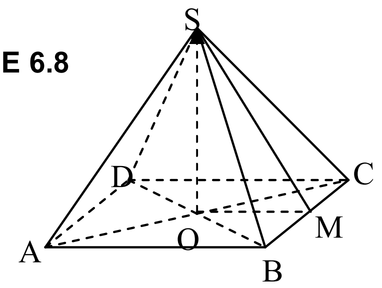
1. (EH) // (BC) et EH=BC donc EHCB est un parallélogramme. Ainsi (EC) et (HB) sont sécantes.
2. (AD) et (FG) sont coplanaires car elles sont parallèles.
4. (AD) et (FH) ne sont pas coplanaires. Sinon, le point F appartiendrait au plan (ADH) et donc à la face (ADHE) du cube ce qui n'est pas possible.
5. (EB) et (EH) sont orthogonales. En effet, (EH) est orthogonale à (EF) et (EA), donc au plan (EAF), donc à (EB) qui est une droite de ce plan.

EXERCICE 6.5

1. Vrai
2. **Faux**
Les droites (AB) et (AF) sont parallèles au plan (DCGH) mais ne sont pas parallèles entre elles.
3. Vrai
4. **Faux**
Les plans (AEFB) et (AEHD) sont parallèles à la droite (GC). Cependant, les plans (AEFB) et (AEHD) sont sécants.
5. **Faux**
La droite (AB) est orthogonale aux droites (BC) et (BF). Cependant, les droites (BC) et (BF) ne sont pas parallèles.
6. Vrai

EXERCICE 6.8

1.



2. (SO) est la hauteur de la pyramide donc (SO) est orthogonale aux droites de la base (ABCD). (CB) est une droite de la base donc (SO) est orthogonale à (CB).

3. Dans le carré ABCD, le triangle COB est rectangle et isocèle en O. La médiane (OM) est aussi hauteur de ce triangle, donc (OM) est orthogonale à (CB).

Ainsi, la droite (CB) qui est orthogonale aux droites sécantes (SO) et (OM) est orthogonale au plan (SOM).

Chapitre VII : STATISTIQUES

EXERCICE 7.4

L'effectif total N = 8.

La médiane est la valeur qui partage l'effectif en deux parties de quatre valeurs :

$\underbrace{3;5;7;12}_{4\,valeurs}\quad\underbrace{12;12;12;14}_{4\,valeurs}$

$m=\dfrac{12+12}{2}=12$. La médiane est 12.

EXERCICE 7.6

2) Pour calculer la moyenne d'une série regroupée en classes, on calcule le centre de chaque classe :

n_i	20	15	12	6	3
centre	1100	1300	1500	1700	1900

$$\bar{x}=\frac{1100\times20+1300\times15+...+1900\times3}{56}$$

$\bar{x}=1346$

3) Pour calculer les fréquences, on applique la formule suivante :

$f_i=\dfrac{n_i}{N}\times100$ (le résultat obtenu est un pourcentage).

On obtient donc :

x_i	1100	1300	1500	1700	1900
n_i	20	15	12	6	3
f_i	**35,7%**	**26,8%**	**21,4%**	**10,7%**	**5,4%**

EXERCICE 7.8

1) $\bar{x}=14$

Donc $\dfrac{7+12+15+11+x_5}{5}=14$.

On résout l'équation et on obtient :

$x_5=25$.

Laura doit obtenir plus de 20/20 au 5[e] contrôle : elle n'aura donc pas 14 de moyenne.

2) Si $x_5=18$ alors $\bar{x}=12,6$.

EXERCICE 7.9

m = 1,56

Chapitre VIII : PROBABILITES

EXERCICE 8.4

1) Appelons X la variable aléatoire associée au nombre de place gagnée.

P(X=2) =

$\dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=\dfrac{10}{200}$ =0,05

2) P(X=0) =

$\dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=$

$\dfrac{200-(7+3+10+15)}{200}=\dfrac{165}{200}$ =0,825

3) Remarque : l'événement contraire de « gagner au moins une place » est « n'en gagner aucune »

P(X≥1)=1- P(X=0) =1-0,825=0,175

EXERCICE 8.8

1) P ($A \cap B$)= P(A) +P(B) -P ($A \cup B$)=0,75+0,15-0,5=0,4.

2) P ($A \cap B$) ≠0 donc les événements A et B sont compatibles.

EXERCICE 8.9 EVENEMENT CONTRAIRE

1)L'événement $\overline{A}$ est « au moins un des deux élèves est un garçon ».

2) L'événement $\overline{B}$ est « La personne est soit une femme, soit un français ».

3) L'événement $\overline{C}$ est « aucun billet n'est gagnant ». L'événement $\overline{D}$ est « les trois billets sont gagnants »

EXERCICE 8.13

Si on note A l'événement « la personne a répondu oui à la première question » et B l'événement « la personne a répondu oui à la deuxième question », l'énoncé nous fournit $p(A)$=0,73 , $p(B)$=0,58 et $p(A \cap B)$=0,42 .

1) On calcule $p(A \cup B)=p(A)+p(B)-p(A \cap B)$=0,73+0,58-0,42=0,89.

2) On calcule P($\overline{A}$U $\overline{B}$)=1-0,89=0,11

Chapitre IX : ALGORITHMIQUE

EXERCICE 9.5

C PREND LA VALEUR 3000 (on attribut initialement la valeur 3000 au capital)
A PREND LA VALEUR 2010 (on attribut initialement la valeur 2010 à l'année)
TANTQUE C<=7000
C PREND LA VALEUR DE C*1,04
A=A+1
FINTANTQUE
AFFICHER « le capital de Paul dépassera la somme de 7000 euros en »
AFFICHER A

C PREND LA VALEUR 1
TANTQUE D≠6
D PREND LA VALEUR NBREALEA(1,6)
C=C+1
FINTANTQUE
AFFICHER C

Algorithme 2:
S PREND LA VALEUR 0
POUR X DE 1 A 100
D PREND LA VALEUR NBREALEA(1,6)
C PREND LA VALEUR 1
TANTQUE D≠6

EXERCICE 9.4

POUR X=0 Y=0
POUR X=1 Y=3
POUR X=2 Y=8
POUR X=3 Y=15
POUR X=4 Y=24
POUR X=5 Y=35

EXERCICE 9.14 - STATISTIQUES

Algorithme 1 :

D PREND LA VALEUR NBREALEA(1,6)
D PREND LA VALEUR NBREALEA(1,6)
C=C+1
FINTANTQUE
S=S+C
FINPOUR
M=S/100
AFFICHER M

EXERCICE 9.17 - VOLUME D'UN CONE (GEOMETRIE DANS L'ESPACE)

SAISIR R
H PREND LA VALEUR 8
V PREND LA VALEUR (1/3)*H*∏*R²
AFFICHER R