Sommaire

Partie A : COURS

Chapitre I : SUITES D'OPERATIONS ET CALCUL LITTERAL

I. ENCHAINER LES OPERATIONS

- Dans une suite de calculs, on effectue d'abord la multiplication et la division ; ensuite viennent l'addition et la soustraction.

Ex. : $1 + 2 \times 3 = 1 + 6 = 7$ $\qquad$ $13 : 5 - 2 = 2{,}6 - 2 = 0{,}6$

- S'il y a des parenthèses, on commence par effectuer les calculs entre parenthèses.

Ex. : $12 \times 3 + 4 = 36 + 4 = 40$ $\qquad$ mais $\qquad$ $12 \times (3 + 4) = 12 \times 7 = 84$

- S'il y a plusieurs parenthèses, il faut commencer par la parenthèse la plus interne, celle qui est à l'intérieur des autres.

Ex. : $3 \times (9 - (3 + 4)) = 3 \times (9 - 7) = 3 \times 2 = 6$

Remarque : certaines calculatrices "connaissent" ces règles de priorité, d'autres pas !

1) Y a-t-il des parenthèses ?
Si oui, j'effectue les multiplications et les divisions dans les plus internes. Puis les additions et les soustractions, toujours dans les plus internes. Je peux alors enlever les parenthèses.
2) Reste-t-il des parenthèses ?
Si oui, je procède comme au-dessus, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de parenthèses.
3) J'effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions.
4) J'encadre le résultat.

CONSEIL
On gagne beaucoup plus de temps et on évite des fautes en vérifiant ses calculs à chaque ligne et en prenant son temps.
Il est quasiment impossible de retrouver une faute de calcul une fois qu'elle est écrite !
Alors, on se calme, et on respire !

II. CALCULER LITTERALEMENT

1° Définition et écritures

Une **expression littérale** est une expression écrite avec des lettres.
Par la suite, on peut remplacer ces lettres par des nombres ayant une certaine valeur.
Pour **simplifier** les écritures ainsi que la lecture, on notera le produit **a×b** sous la forme **a.b** ou encore **ab**.

2° Développer une expression

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction. Cela signifie que :

$$\boxed{a \times (b + c) = a \times b + a \times c \qquad \text{et} \qquad a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$$

Le passage de **a × (b + c)** à **a × b + a × c** ou de **a × (b - c)** à **a × b - a × c** s'appelle **développer**.

- $a \times b + a \times c$ est la forme **développée** de l'expression $a \times (b + c)$.
- $a \times b - a \times c$ est la forme **développée** de l'expression $a \times (b - c)$.

Ex. : $5 \times (a + 3) = 5.(a + 3) = 5(a + 3) = 5 \times a + 5 \times 3 = 5.a + 15 = 5a + 15$

3° Factoriser une expression

Factoriser une expression, cela revient à la mettre sous la forme d'un **produit de facteurs**.
Dans une expression développée, les termes de l'expression sont séparés par des + ou des -.
Le but du jeu est de trouver un **facteur commun** présent dans chacun des termes.
Par la suite, on met le facteur commun au début de l'expression ; ensuite, on ouvre la parenthèse pour y mettre le reste de l'expression en faisant bien attention aux signes !

Dans les exemples qui suivent, les termes de l'expression développée apparaissent en italique :

$$a \times b + a \times c = \mathrm{a} \times (\mathrm{b} + \mathrm{c}) \qquad \text{et} \qquad a \times b - a \times c = \mathrm{a} \times (\mathrm{b} - \mathrm{c})$$

Nous voyons que le **facteur commun** est a.

Le passage de $a \times b + a \times c$ à $a \times (b + c)$ ou de $a \times b - a \times c$ à $a \times (b - c)$ s'appelle **factoriser**.

- $a \times (b + c)$ est la forme **factorisée** de l'expression $a \times b + a \times c$.
- $a \times (b - c)$ est la forme **factorisée** de l'expression $a \times b - a \times c$.

Ex. : $5a + 15 = 5 \times a + 5 \times 3 = 5\times(a + 3) = 5(a + 3)$

Remarque : $a \times (b + c)$ se lit : « a **facteur de** (b + c) » et peut s'écrire a.(b + c) ou encore a(b +c).

4° Notion d'égalité

Une égalité est constituée de **deux membres égaux** séparés par le signe =.
Ex. : $3 + 7 = 2 + 8$

Une égalité peut posséder un (ou des) terme(s) inconnu(s). Pour tester si un nombre donné vérifie l'égalité, on remplace le terme inconnu par cette valeur et on vérifie si l'égalité est vraie.
Ex.1 : soit l'égalité : $x + 4 = 5$. Pour $x = 1$: $1 + 4 = 5$, donc l'égalité est vérifiée pour $x = 1$.
Ex.2 : soit l'égalité : $2x + y = 5$. Pour $x = 2$ et $y = 1$: $2\times2 + 1 = 5$, donc l'égalité est vérifiée pour $x = 2$ et $y = 1$.

Chapitre II : ECRITURES FRACTIONNAIRES ET OPERATIONS

I. NOTION DE FRACTION

1° Définition

- Une fraction est la division de deux nombres entiers. Le **numérateur** (en haut) est divisé par le **dénominateur** (en bas). Si on effectue la division à la main ou avec la calculatrice, on obtient l'écriture décimale.

Ex. : $\frac{7}{4} = 7 : 4 = \underline{1,75}$ → écriture décimale de $\frac{7}{4}$

↓

écriture fractionnaire de 1,75

- Deux fractions sont égales si elles ont la même écriture décimale.

Ex. : $\frac{7}{4} = \frac{175}{100}$

De même, quel que soit le nombre a : $\boxed{a = \frac{a}{1} \quad \text{et} \quad 1 = \frac{2}{2} = \frac{a}{a}}$. <u>Le dénominateur est toujours différent de 0.</u>

<u>Remarque</u> : le terme $\frac{3,5}{7}$ est une écriture fractionnaire mais n'est pas une fraction !

2° Ecriture fractionnaire d'un nombre décimal

Un nombre décimal est un nombre entier divisé par 10, 100, 1000 ou plus.

Ex. : $3,5867 = \frac{35867}{10000}$.

Le nombre 3,5867 (4 chiffres après la virgule) est la division de 35 867 par 10000 (4 zéros).

Certains quotients n'admettent pas d'écriture décimale.

Ex. : $\frac{2}{3}$ =0,6666666…. (infinité de 6).

II. MULTIPLICATION DE DEUX FRACTIONS

1° Multiplication

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}}$$

Ex. : $\frac{3}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{3 \times 5}{2 \times 8} = \frac{15}{16}$

Lorsque l'on parle de la fraction de quelque chose, par exemple $\frac{1}{4}$ de x, cela s'écrit en mathématiques :

$$\frac{1}{4} \times x = \frac{1}{4} x$$

2° Simplification et changement de dénominateur

En multipliant une fraction par $1 = \frac{a}{a}$, on ne change pas la valeur de cette fraction tout en modifiant son dénominateur et son numérateur.

Ex. : $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$ De même $\frac{15}{20} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{5} \times \frac{3}{4} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

CONSEIL
Il faut toujours simplifier les fractions avant de les multiplier.
C'est pourquoi il est utile de connaître ses tables de multiplications, et de savoir par quoi est divisible un nombre. (cf. ci-dessous le tableau d'aide)

Un entier est divisible par	si et seulement si
2	il se termine par un chiffre pair (0, 2, 4, 6, 8) *Ex. :* 146 ; 12 ; 25374
3	la somme de ses chiffres est un multiple de 3 *Ex. :* 471 car 4+7+1=12 et 12 est divisible par 3
4	ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4. *Ex. :* 516 car 16 est un multiple de 4
5	il se termine par 0 ou 5. *Ex. :* 1525
9	la somme de ses chiffres est divisible par 9. *Ex. :* 2 763 car 2+7+6+3=18 et 18 est divisible par 9
10, 100, 1000, ...	Le nombre se termine par un, deux, trois... 0. *Ex. :* 320000 est divisible par 10000, et aussi par 10, 100 et 1000
11	la somme d'un chiffre sur deux est égale à la somme des autres *Ex. :* 12375 car 1 + 3 + 5 = 2 + 7

III. ADDITION DE FRACTIONS

1° Comparaison de deux fractions

- Une fraction est **supérieure à 1** si son **numérateur est supérieur à son dénominateur**.
- Une fraction est **inférieure à 1** si son **dénominateur est supérieur à son numérateur**.

Ex. : $\frac{3}{2} > 1$ et $\frac{4}{5} < 1$

Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient :

- soit le **même numérateur** : c'est celle qui a le plus grand dénominateur qui est la plus petite.
- soit le **même dénominateur** : c'est celle qui a le plus petit numérateur qui est la plus petite.

Ex.1 : $\frac{4}{9} < \frac{4}{5}$

Ex. 2 : $\frac{1}{7} < \frac{3}{7}$

2° Addition (ou soustraction) de deux fractions

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions, il faut qu'elles aient le **même dénominateur**.
On additionne (ou soustrait) alors les numérateurs entre eux, sans changer le dénominateur.
On additionne (ou soustrait) des tiers avec des tiers, des quarts avec des quarts, etc.

Il ne faut pas oublier de simplifier le résultat lorsque cela est possible !

Ex. 1 : $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} = \frac{3+7}{5} = \frac{10}{5} = \frac{5 \times 2}{5 \times 1} = \frac{2}{1} = 2$

Ex.2 : $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$

CONSEIL
Il ne faut pas oublier que pour **additionner** ou **soustraire** des fractions, elles doivent être au **même dénominateur**.

Ex.1 : $\frac{1}{3} + \frac{4}{6} \neq \frac{5}{9}$ mais $\frac{1}{3} + \frac{4}{6} = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Chapitre III : NOMBRES RELATIFS ET OPERATIONS

I. DEFINITION ET REPRESENTATION

- Un **nombre décimal positif** est un nombre plus grand que 0.

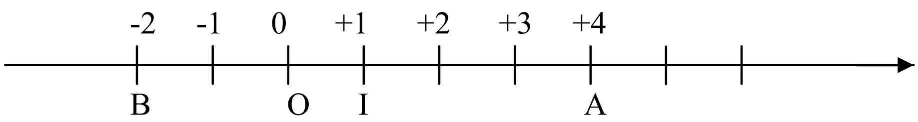
Ex. : 3 ; 7,2 ; +5

- Un **nombre décimal négatif** est un nombre plus petit que 0.

Ex. : -5 ; -2 ; -5,3

0 est à la fois positif et négatif.
Tous ces nombres sont appelés nombres relatifs.

Chaque point d'une droite graduée peut être représenté par un nombre : **son abscisse**.



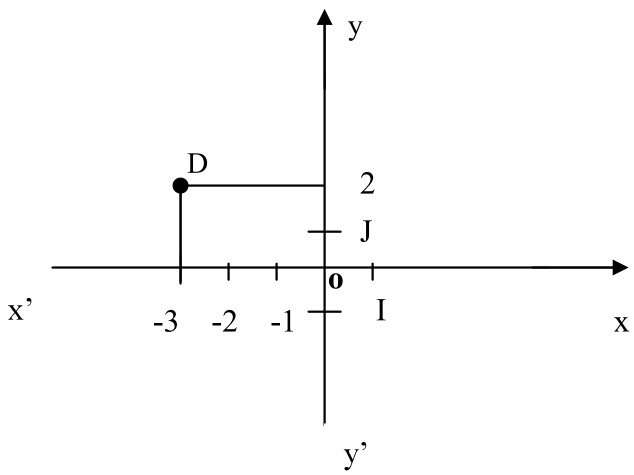
Ex. : l'abscisse du point A est +4.
l'abscisse du point B est -2.

Le **signe** (+ ou -) indique que le décimal relatif se trouve à droite ou à gauche de 0.
La **valeur absolue** est la distance qui sépare le nombre de 0.

Un nombre relatif est déterminé par :
- son signe (- ou +)
- sa valeur absolue

Chaque point peut être repéré dans le plan par deux nombres appelés les coordonnées du point :
- le premier nombre, lu sur l'axe des abscisses (O*x*), s'appelle **l'abscisse**
- le deuxième nombre, lu sur l'axe des ordonnées (O*y*), s'appelle **l'ordonnée**

Ex. : le point D a pour abscisse -3 et pour ordonnée 2. On note : D(-3 ; 2).



II. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RELATIFS

Un **nombre décimal positif** est **toujours supérieur à un nombre décimal négatif**.

- Entre deux décimaux **positifs**, le plus grand est celui qui a la plus **grande** valeur absolue.
- Entre deux décimaux **négatifs**, le plus grand est celui qui a la plus **petite** valeur absolue.

Ex. : -1 < +2 ; -2,57 < +3,1 ; -3 < -2 ; +4 < +5,2

Pour comparer deux nombres décimaux *a* et *b*, on regarde leurs positions sur la droite graduée. On sait que : si *a* est à gauche de *b* sur la droite, alors *a* < *b*.

III. ADDITION, SOUSTRACTION ET OPPOSE

1° Addition

Lorsqu'on additionne deux nombres décimaux relatifs, deux cas sont possibles :

a - les deux nombres décimaux ont le même signe

Alors, le signe de la somme est celui des nombres décimaux. Pour obtenir la valeur absolue de la somme, on ajoute les valeurs absolues des nombres décimaux.

Ex. : (+3) + (+4) = + (3 + 4) = +7

(-3,1) + (-2,5) = - (3,1 + 2,5) = - 5,6

b - les nombres décimaux relatifs sont de signes opposés

Alors, le signe de la somme est le signe de celui qui a la plus grande valeur absolue. Pour obtenir la valeur absolue de la somme, on soustrait les valeurs absolues des deux nombres décimaux.

Ex. : (+3) + (-2) = + (3-2) = + 1

(+4) + (-5,1) = - (5,1 - 4) = - 1,1

2° Opposé

Pour tout nombre décimal relatif *a*, il existe un nombre décimal relatif, noté - *a* tel que ***a* + *(- a)* = 0**.

Ce nombre est appelé l'**opposé** de *a*.

a et - *a* ont la même valeur absolue mais des signes opposés.

Ex. : (+10) et (-10) ; (+5,3) et (-5,3) sont des opposés.

3° Soustraction

Soustraire un nombre, c'est additionner son opposé.

Ex. : (+3) - (+1) = (+3) + (-1) = +2

(+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7

Ecriture simplifiée des relatifs
Par convention, on n'écrit pas le signe d'un nombre décimal relatif lorsqu'il s'agit d'un "+".
On n'écrira pas : (+3) mais 3
: (+5,2) mais 5,2

En revanche, il est nécessaire d'écrire le signe "-".

Remarque : ne pas oublier les parenthèses ! On ne peut pas écrire deux signes opératoires à la suite.
Ex. : (+1) + (+2) = 1 + 2
(+2) + (-3) = 2 + (-3)

IV. SOMMES ALGEBRIQUES

- On supprime maintenant les parenthèses dans les suites de calculs.

Pour cela, on transforme les soustractions en additions en passant à l'opposé, puis on applique la convention suivante : on supprime le signe "+" qui signifie qu'on additionne.

Ex. : (+3) + (+2) = (+3) + 2

- On applique ensuite la convention concernant les relatifs de signe "+" au nombre qui se trouve en tête du calcul.

Ex. : (+3) + 2 = 3 + 2

Prenons une somme complexe :

S = (-3) + (-2) + (+4) - (+1) - (-1,5)
S = (-3) + (-2) + (+4) + (-1) + (+1,5)
S = - 3 - 2 + 4 - 1 + 1,5 (*on obtient une écriture plus simple)*
S = - 5 + 4 - 1 + 1,5
S = - 1 - 1 + 1,5
S = - 2 + 1,5
$\boxed{S = -0,5}$

Dans une somme algébrique, on peut aussi regrouper les relatifs **par signe** pour simplifier les calculs :

S = (-3) + (-2) + (+4) - (+1) - (-1,5)
S = (-3) + (-2) + (+4) + (-1) + (+1,5)
S = (+4) + (+1,5) + (-3) + (-2) + (-1)
S = (+5,5) + (-6)
$\boxed{S = -0,5}$

Chapitre IV : PROPORTIONNALITE

I. EXEMPLE

Le prix d'un plein d'essence est proportionnel au prix du litre et à la contenance du réservoir.
Si je ne prends pas d'essence, je n'ai rien à payer. Mais plus le prix au litre est cher, plus je paierai cher.
De même, plus je prends d'essence, plus je paierai.

II. DEFINITION - COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITE

Deux couples (a;b) et (c;d) sont **proportionnels** si pour passer de **a** à **b** et de **c** à **d**, on multiplie par le même nombre. Ce nombre est le **coefficient de proportionnalité**.

Ex. :(1; 6,05) et (3; 18,15) sont proportionnels.
Pour passer de 1 à 6,05, je multiplie par 6,05.
De même, pour passer de 3 à 18,15, je multiplie par 6,05.
Le coefficient de proportionnalité est donc 6,05.

III. TABLEAU DE PROPORTIONNALITE

Lorsque les couples sont proportionnels, on peut les placer dans un tableau de proportionnalité.

(a;b) est proportionnel à (c;d)

	a	c	e
$\times$ k	b	d	f

k est le **coefficient de proportionnalité**.

Et on a : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

Ou encore, avec le produit en croix : $a \times d = c \times b$

Lorsque l'on résout un problème concret, les lignes (ou les colonnes, ou parfois les deux) ont des **intitulés**.
Cela permet de résumer <u>clairement et simplement</u> un énoncé, et de mettre en évidence ce qu'on cherche.

Ex. : tous les samedi, M. Martin tond sa pelouse et utilise 3 litres d'essence qui lui reviennent à 3,15 €.
Ce week-end, il entreprend de la tondre deux fois de suite pour pouvoir jouer au croquet.
Combien devra-t-il payer au pompiste ?

Soit x, la somme que M. Martin devra au pompiste.

	1re tonte	**2e tonte**
Volume d'essence (en litres)	3	6
Prix à payer (en euros)	3,15	x

IV. QUATRIEME PROPORTIONNELLE

Trouver la quatrième proportionnelle, dans un tableau de proportionnalité comme celui ci-dessous, consiste à trouver la valeur de x grâce au produit en croix.

Volume d'essence (en litres)	1	3	6
Prix à payer (en euros)	1,05	3,15	x

D'après le produit en croix, on peut écrire : $3.x = 6 \times 3{,}15$

Soit $x = \dfrac{6 \times 3{,}15}{3} = 2 \times 3{,}15 = 6{,}30$

On aurait aussi pu écrire : $1.x = 6 \times 1{,}05$

$x = 6{,}30$

On remarque que si pour passer de la 1re à la 2e <u>ligne</u>, il faut multiplier par 1,05 : et pour passer de la 2e à la 3e <u>colonne</u>, il faut multiplier par 2 : 3,15 × 2 = 6,30.

Donc M. Martin devra payer 6,30 € les 6 litres d'essence pour pouvoir faire deux tontes de sa pelouse.

V. PROBLEMES DE PROPORTIONNALITE COURANTS

1° Pourcentage

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.

Ex. : $18\% = \dfrac{18}{100}$

C'est aussi un rapport. On parle toujours du pourcentage de quelque chose <u>par rapport</u> à autre chose.

- Calculer **y% d'une quantité** a c'est chercher $b = \dfrac{y}{100} \times a$

Ex. : 15% de 50 c'est $\dfrac{15}{100} \times 50 = 7{,}5$

- Calculer **quel pourcentage** de a représente b, c'est calculer $y = \dfrac{b}{a} \times 100$

Ex. : 12g de matière grasse dans un yaourt de 120g représentent $\dfrac{12}{120} \times 100 = 10$, soit 10% de matière grasse par rapport à la masse totale du yaourt.

Si le yaourt pesait 100 g, il y aurait 10 g de M.G.
Pour 100 kg de yaourt, on aurait 10 kg de M.G.

C'est bien un cas de proportionnalité. On peut donc le résumer dans un tableau :

Masse de matière grasse (en grammes)	12	x
Masse de yaourt (en grammes)	120	100

2° Echelle

Sur une carte ou sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles.
Le coefficient de proportionnalité s'appelle **l'échelle de la carte**.
Ex. : sur une carte à l'échelle 1/100 000, 1 cm représente 100 000 cm, soit 1 km sur le terrain.

On peut là encore utiliser un tableau :

	Echelle	
Mesure sur la carte (en cm)	1	5
Mesure réelle (en km)	100 000	500 000

Remarque : il n'y a ici aucune unité d'indiquée. En effet dans un problème d'échelle, les mesures sur la carte et les mesures réelles doivent être dans la même unité.
A nous de choisir la plus pratique !

3° Vitesse moyenne

$$\text{Vitesse} = \frac{\text{Distance parcourue}}{\text{Temps de parcours}}$$

Un automobiliste qui parcourt 400 km en 4 heures a une vitesse moyenne de : $\frac{400}{4} = 100$ (en km/h)
Cela signifie que s'il a roulé à vitesse constante et qu'il ne s'est pas arrêté, son compteur indiquait toujours 100 km/h. Ce cas est très improbable. Il a très bien pu faire une pause déjeuner et repartir sur les chapeaux de roue à 170 km/h.
C'est la différence entre la vitesse moyenne et la vitesse instantanée (vitesse à un instant donné).

4° Jours, heures, minutes et secondes

- 1 jour = 24 heures
- 1 heure = 60 minutes
- 1 minute = 60 secondes

Ces conversions sont souvent utiles pour transformer une unité de vitesse (des km/h en m/s par exemple, ou l'inverse).

Ex. : un automobiliste a parcouru Paris - Chartres (150 km) en 90 minutes.
Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

La première chose à faire ici est de convertir les minutes en heures :

Nombre d'heures	1	x
Nombre de minutes	60	90

Produit en croix : $60.x = 90 \times 1$

$$x = \frac{90}{60} = 1,5$$

90 minutes = 1,5 heures

« **1,5 h** » ne signifient pas 1 h 05, pas plus que 1 h 50 !

Cela se lit 1 heure plus 0,5 heure, c'est-à-dire : 1 heure plus une demi-heure.
On parle d'ailleurs de : « une heure et demie. »

La vitesse moyenne de l'automobiliste est : $v = \frac{150}{1{,}5} = 100$ $v = 100$ km/h

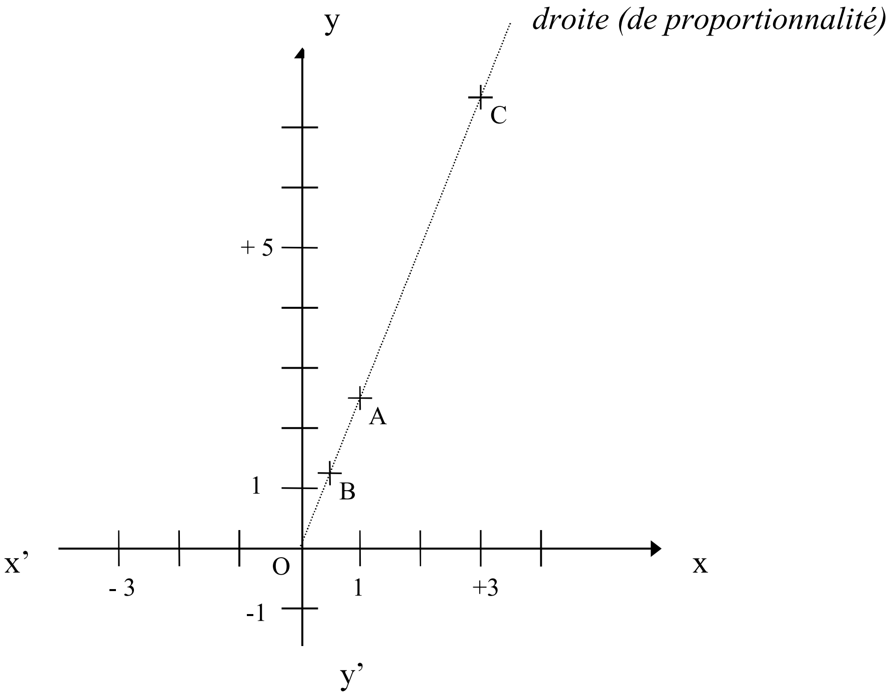
VI. REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITE.

On considère le tableau de proportionnalité suivant :

1	0,5	3
2,5	1,25	7,5

On peut représenter ce tableau par trois points du plan : A, B, C.
A de coordonnées (1 ; 2,5)
B de coordonnées (0,5 ; 1,25)
C de coordonnées (3 ; 7,5)

On trouve une propriété très importante de la proportionnalité : tous les points du graphique sont alignés sur une droite qui passe par l'origine.
Cette propriété permet de reconnaître un tableau de proportionnalité.



Chapitre V : REPRESENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

I. VOCABULAIRE

Dans de nombreuses disciplines, on doit recueillir des informations sur des objets très nombreux. Pour étudier les résultats, on les présente sous forme de tableaux ou de graphiques.

Les relevés statistiques sont faits sur un ensemble de personnes ou objets appelé **population**.
Ex. : les élèves d'un collège, un stock d'ordinateurs, les chevaux d'un haras...

Ensuite on répartit cette population suivant différents critères ou **caractères**. Il y a des caractères : -
- **qualitatifs** (couleur, forme, etc.)
- **quantitatifs** (peuvent se compter ou se mesurer. *Ex. :* nombre d'habitants, surface, etc.)

Ces différents groupes de personne forment des classes. Et le nombre d'« objets » que l'on compte dans chaque classe est nommé **effectif**.

Enfin on peut aussi comptabiliser les effectifs en **fréquence**. C'est le rapport entre l'effectif de la classe et l'effectif total. Il s'écrit avec un nombre décimal ou avec un pourcentage.

Ex. : un professeur de mathématiques de 5^e demande à ses élèves leur âge.

Population : les élèves de la classe de 5^e
Caractère : l'âge des élèves (quantitatif)
Classes : 10 ans, 11 ans, 12 ans, 13 ans, 14 ans...

Ages	**Effectifs**	**Fréquences**
10 ans	2	$\frac{2}{30} = 0{,}067 = 6{,}7$ %
11 ans	5	$\frac{5}{30} = 0{,}167 = 16{,}7$ %
12 ans	15	$\frac{15}{30} = 0{,}5 = 50$ %
13 ans	8	$\frac{8}{30} = 0{,}267 = 26{,}7$ %
14 ans	0	0
Total	30	$\frac{30}{30} = 1 = 100$ %

II. REPRESENTATION GRAPHIQUE DES RELEVES STATISTIQUES

1° Diagramme circulaire ou semi-circulaire

Les représentations les plus courantes sont les **diagrammes semi-circulaires ou circulaires.** Ils donnent lieu à des calculs de pourcentages que l'on répartira proportionnellement sur un disque (360°) ou un demi-disque (180°).

Ex. :

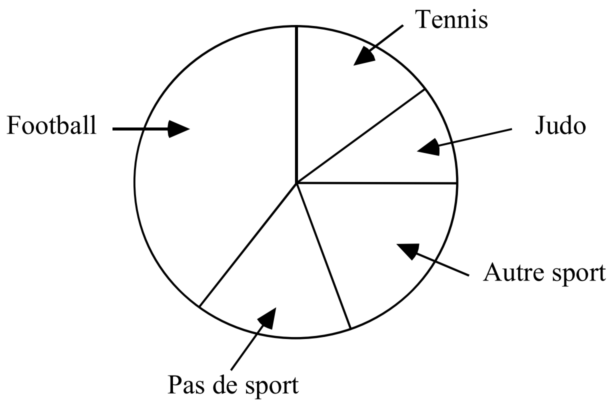
Population : élèves de 5^{e}2

Caractère : sport pratiqué (qualitatif)

	Total	**Football**	**Tennis**	**Judo**	**Autre**	**Rien**
Pourcentages (%)	100	40	15	10	20	15
Angles (°)	360	*144*	*54*	*36*	*72*	*54*

Résultats

40 % font du football
15 % font du tennis
10 % font du judo
20 % font un autre sport
15 % ne font pas de sport



2° Diagramme en bâtons

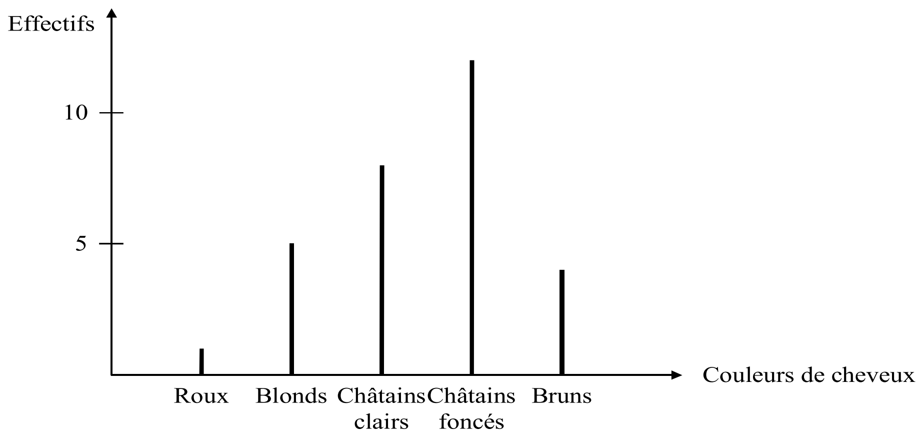
Les informations qualitatives (plus rarement quantitatives) donnent lieu à des diagrammes en bâtons.

Ex. : la couleur des cheveux des élèves de 5^{e}4

Population : les élèves de 5^{e} 4

Caractère : couleur de cheveux (qualitatif)

Classes	Roux	Blonds	Châtains clairs	Châtains foncés	Bruns
Effectifs	1	5	8	12	4



3° Histogramme

Pour représenter les informations <u>quantitatives</u>, on utilise souvent des histogrammes. Ils sont pratiques lorsque l'on a fait des regroupements de données. La seule condition à leur utilisation est d'avoir des classes de <u>même amplitude</u>.

Ex. : nombre d'élèves de 5^e1 ayant une moyenne donnée

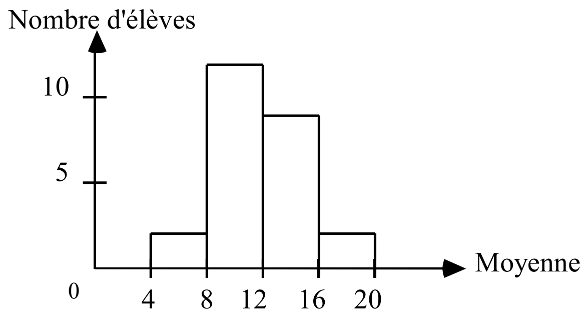
<u>Population</u> : élèves de 5^e1

<u>Caractère</u> : moyenne générale (quantitatif)

<u>Résultats</u>

Devant la diversité des moyennes, on décide de les regrouper par intervalle de même amplitude : 4.

Moyennes	0 à 4	4 à 8	8 à 12	12 à 16	16 à 20
Effectifs	0	2	12	9	2



Dans cet exemple, l'amplitude des classes est 4 :
$4 - 0 = 8 - 4 = 12 - 8 = 16 - 12 = 20 - 16 = 4$

4° Diagramme en bande

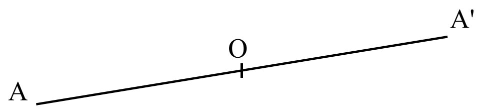
Le total des effectifs peut être représenté par une bande d'une certaine longueur (ici 15 cm). On partage ensuite la bande proportionnellement à la valeur de l'effectif de chaque catégorie. On utilise ici les valeurs de l'exemple du 2° :

1	5	8	12	4
Roux	Blonds	Châtains clairs	Châtains foncés	Bruns
0,5 cm	*2,5 cm*	*4 cm*	*6 cm*	*2 cm*

Chapitre VI : SYMETRIE CENTRALE

I. DEFINITION

La symétrie centrale de centre O est la transformation géométrique qui à un point A associe le point A' tel que O soit le milieu de [AA']. **A' est l'image de A par la symétrie de centre O.**
Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu de [AA'].
O est le seul point qui a pour image lui-même.



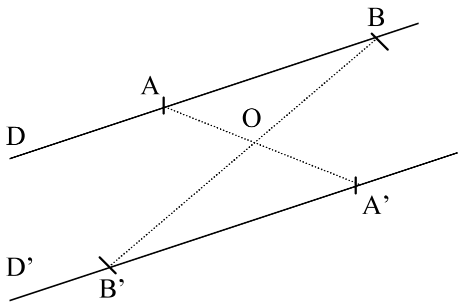
Pour construire A', tracer la droite (AO). Puis sur la droite (AO), marquer avec le compas le point A' tel que OA=OA'.

II. CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UNE FIGURE

Pour construire l'image	Il faut :
d'un segment [AB]	tracer l'image A' de A, puis B' de B. Le segment image est [A'B'].
d'une droite (AB) ou demi-droite [AB]	procéder comme pour le segment. Tracer l'image d'un point de la droite, puis tracer une droite parallèle passant par ce point. Attention au sens de la demi-droite !
d'un polygone (triangle, quadrilatère, etc.)	tracer les images de tous les sommets du polygone, puis les relier dans le même ordre.
d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O	tracer l'image O' du centre. Tracer le cercle $\mathscr{C}'$ de centre O' et de même rayon que $\mathscr{C}$.

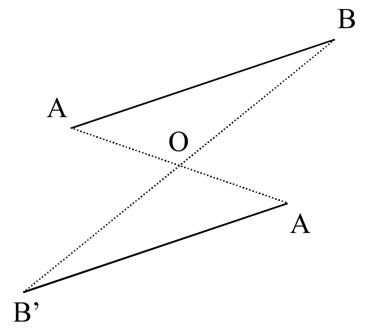
III. PROPRIETES

L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle. La symétrie centrale conserve l'alignement des points. Si A,B,C sont alignés, alors leurs images A',B' et C' sont alignés.

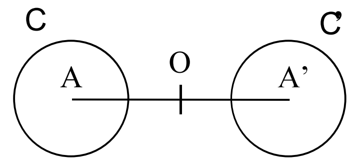


Le symétrique d'une figure est une figure qui lui est superposable. Les deux figures ont la même forme et les mêmes mesures.

L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment parallèle et de même longueur.
L’image du segment [AB] est le segment [A’B’] avec A’ et B’ images respectives de A et B.

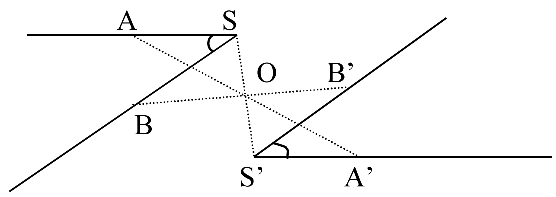


L'image d'un cercle $\mathscr{C}$ par une symétrie centrale est un cercle $\mathscr{C}'$ de même rayon et de centre l'image du centre de $\mathscr{C}$.
Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport à O.



L’image d’un angle par une symétrie centrale est un angle de même mesure.

Nous avons donc $A\hat{S}B = A'S'B'$.

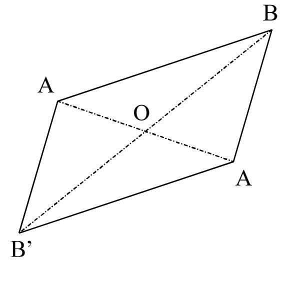


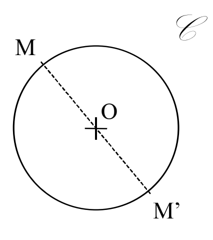
IV. CENTRE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE

Une figure admet le point O pour centre de symétrie si, par la symétrie de centre O, chaque point de la figure a son image sur la figure.

1° Centre de symétrie des figures usuelles

Le centre de symétrie d’un parallélogramme est l’intersection des diagonales.
Le centre de symétrie d’un cercle est le centre de ce cercle.

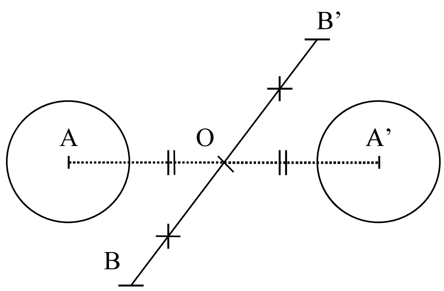




2° Centre de symétrie d'une figure quelconque

Pour trouver le centre de symétrie d'une figure, on choisit deux points A et A' de la figure qui ont l'air d'être symétriques l'un par rapport à l'autre et on trace le segment [AA'].
Puis on choisit deux autres points B et B' et on trace [BB'].
Le point d'intersection des deux segments est le centre de symétrie de la figure.

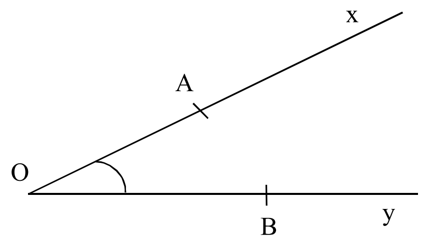
On vérifie avec le compas que les points sont bien symétriques par rapport à ce point



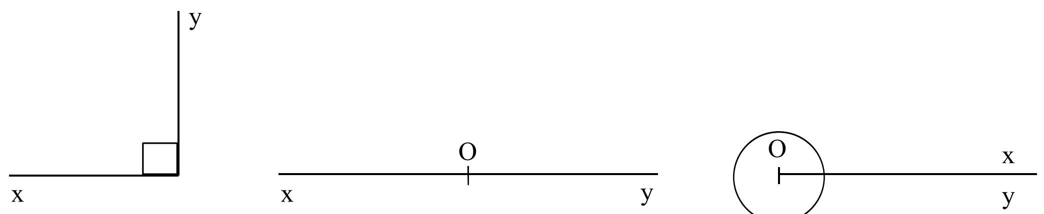
Chapitre VII : ANGLES

I. DEFINITION

Un angle est défini par un couple de demi-droites de même origine, O sur la figure.



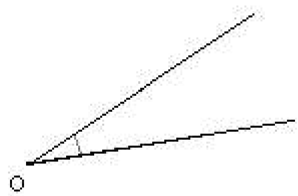
Il est noté xÔy ou AÔB. Les angles se mesurent en degrés avec un rapporteur.



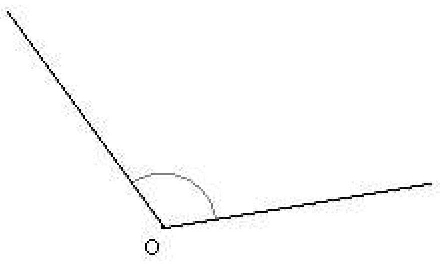
Angle droit 90° | Angle plat 180° | Tour complet 360°

II. VOCABULAIRE

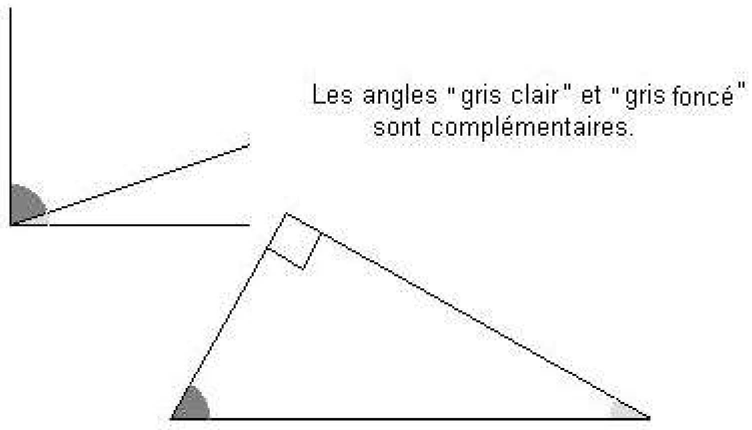
- Un angle est **aigu** s'il est plus fermé que l'angle droit (xÔy < 90°).



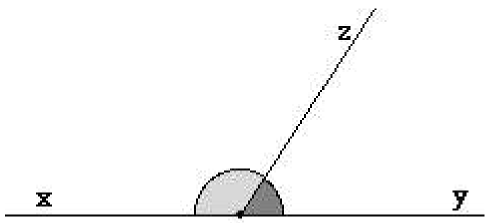
- Un angle est **obtus** s'il est plus ouvert que l'angle droit (xÔy > 90°).



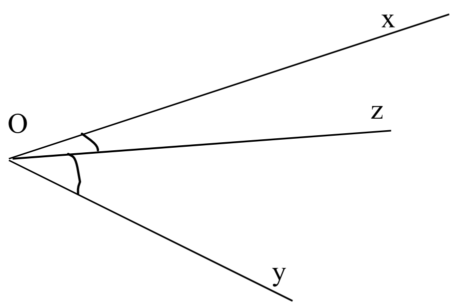
- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est **90°**.



- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est **180°**.

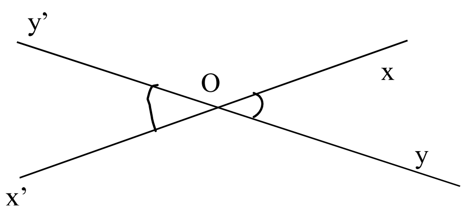


- Lorsque deux angles ont même sommet, si leur seule partie commune est une demi-droite, alors ils sont **adjacents**.



xÔz et zÔy sont adjacents

- Deux droites sécantes forment deux fois deux angles **opposés par leur sommet**.

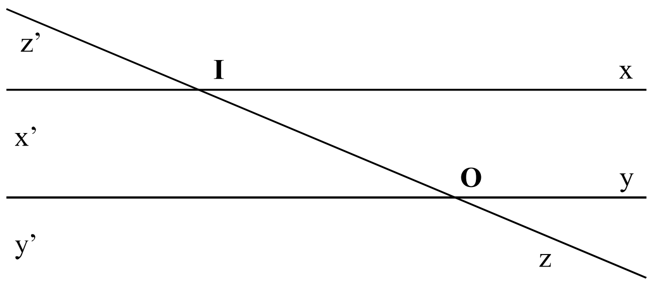


- xÔy et y’Ôx’ sont opposés par leur sommet ; ils sont donc égaux.
- xÔy’ et x’Ôy sont opposés par leur sommet; ils sont donc égaux.

III. ANGLES ET DROITES PARALLELES

Deux droites **parallèles** coupées par une **sécante** déterminent des angles **alternes-internes égaux**, des **angles alternes-externes égaux** et des angles **correspondants égaux**.

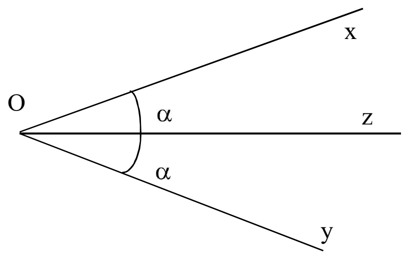
Réciproquement, si deux droites coupées par une sécante déterminent des angles alternes-internes, des angles alternes-externes ou correspondants égaux alors ces droites sont parallèles.



- xÎz et z’Ôy’ sont alternes-internes
- z’Îx’ et yÔz sont alternes-externes
- z’Îx’ et z’Ôy’ sont correspondants

IV. BISSECTRICES

La **bissectrice** est la demi-droite issue du sommet d’un angle, et qui le partage en **deux angles égaux**.
La bissectrice est un axe de symétrie pour les angles obtenus.

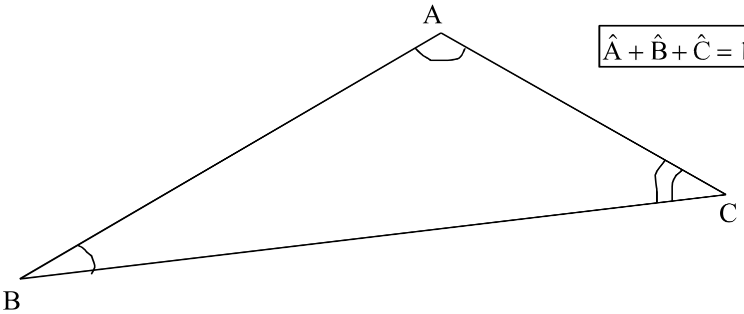


[Oz) est la bissectrice de $x\hat{O}y$.
On a alors $x\hat{O}z = z\hat{O}y$

Chapitre VIII : TRIANGLES

I. GENERALITES

Dans un triangle, la somme des angles vaut 180°.



$\boxed{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°}$

- **Inégalité triangulaire**

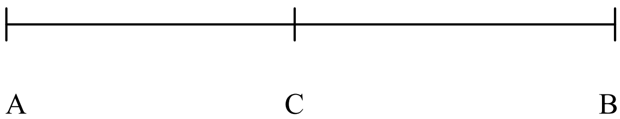
Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des deux autres.

CA < CB + BA   CB < CA + AB   AB < AC + CB

- **Egalités**

Si un point M appartient à un segment AB alors: AM + MB = AB

Réciproquement, si trois points A, B et C vérifient AC + CB = AB, alors C appartient au segment AB .

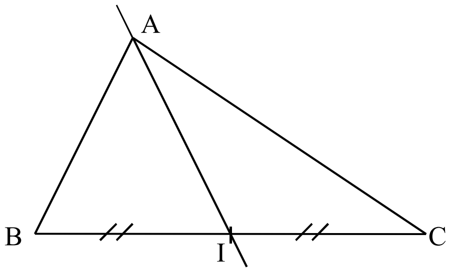


II. DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

1° Les médianes

<u>Définition</u> : La médiane d'un triangle est la droite qui passe par l'un des sommets du triangle et qui passe par le milieu du coté opposé. Un triangle possède donc trois médianes.

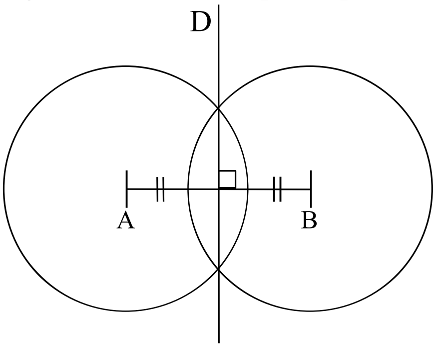
Soit un triangle ABC.
La médiane issue de A est la droite qui passe par A et I milieu du segment [BC].



Les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point. On dit qu'elles sont concourantes. Ce point de concours est le centre de gravité du triangle.

2° Les médiatrices

La médiatrice d'un **segment** est la droite qui coupe ce segment en son **milieu** et **perpendiculairement**.



D est la médiatrice de [AB]

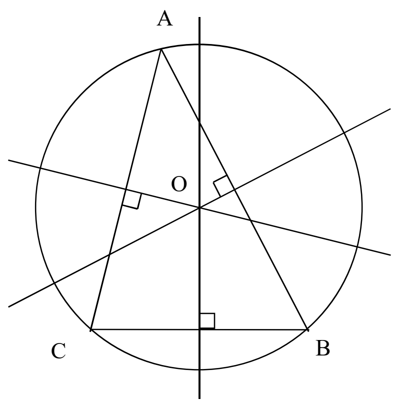
La médiatrice est aussi l'ensemble des points situés à **égale distance des extrémités** du segment.
Tous les points de la médiatrice de [AB] sont équidistants de A et de B.
Si M est un point de la médiatrice : MA = MB.

Dans tout triangle, les médiatrices des côtés sont <u>concourantes</u> (elles se coupent en un même point).

Le point d'intersection O de la médiatrice de [AB] et de celle de [AC] est situé à égale distance de A et de B, et de A et de C. A, B et C sont équidistants de O. Ils appartiennent donc au cercle de centre O, appelé cercle circonscrit.

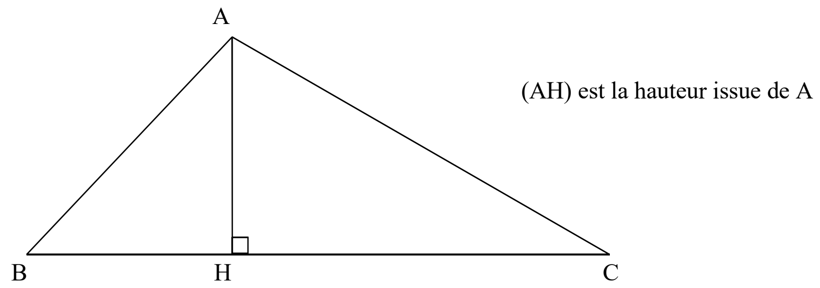
On peut donc écrire que :

Le point d'intersection des médiatrices **est le centre du** cercle circonscrit **au triangle (le cercle qui passe par les trois sommets du triangle).**



3° Les hauteurs

Dans un triangle, une **hauteur** est la droite issue d'un sommet et orthogonale au côté opposé.

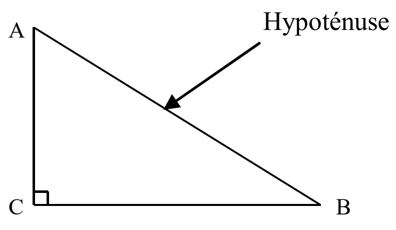


La hauteur permet de calculer l'aire (surface) du triangle : $S = \frac{1}{2}(\text{base} \times \text{hauteur}) = \frac{1}{2}$ (BC * AH)

III. TRIANGLES PARTICULIERS

1° Le triangle rectangle

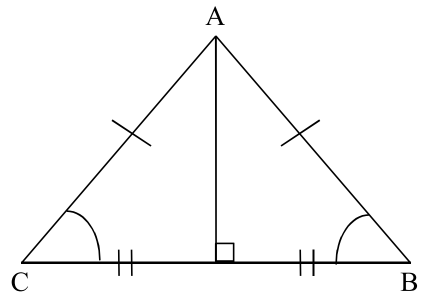
Un triangle **rectangle** est un triangle qui possède **un angle droit**. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse** (c'est le plus grand côté).



2° Le triangle isocèle

Un triangle **isocèle** est un triangle qui a **deux de ses côtés égaux**.
Le sommet commun à ces deux côtés est appelé **sommet principal**. L'angle correspondant est appelé **angle principal**.
Les **deux angles** non principaux sont **égaux**.

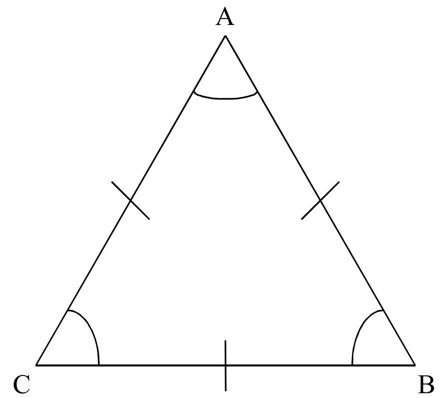
Un triangle isocèle possède un **axe de symétrie** : la médiatrice du côté opposé au sommet principal (cette droite est à la fois médiatrice, hauteur et bissectrice).



3° Le triangle équilatéral

Un triangle **équilatéral** est un triangle dont **les trois côtés sont égaux**.
Il en résulte que ses **trois angles** sont eux aussi **égaux et valent 60°**.

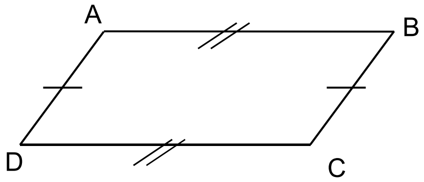
Un triangle équilatéral a **trois axes de symétries** : les trois médiatrices des côtés (qui sont aussi hauteurs et bissectrices).



Chapitre IX : LE PARALLELOGRAMME

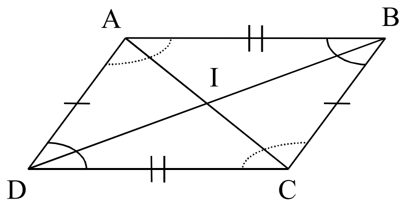
I. DEFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
On dit aussi que les côtés sont parallèles deux à deux.



(AB)//(CD) et (AD)//(BC)

II. PROPRIETES



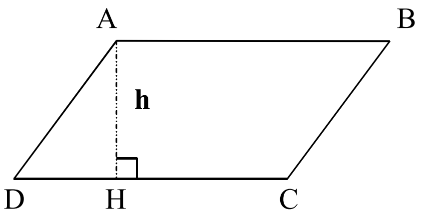
Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

C'est-à-dire que le milieu I de [AC] est aussi le milieu de [BD].
I est donc centre de symétrie du parallélogramme.

Propriétés	Reconnaître un parallélogramme
Les diagonales se coupent en leur milieu.	Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu est un parallélogramme.
Les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.	Un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux est un parallélogramme.
Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.	Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme.

III. AIRE D'UN PARALLELOGRAMME

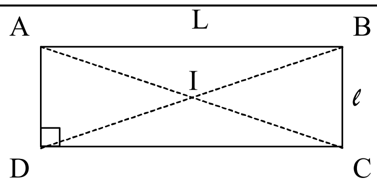
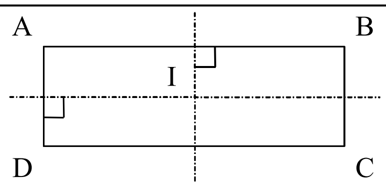
L'aire (surface) d'un parallélogramme est égale au produit d'un côté par la hauteur correspondante.



S = côté×hauteur

S = AB×AH

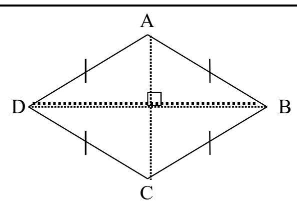
I. LE RECTANGLE

Un rectangle est un parallélogramme qui possède un angle droit.	 

Propriétés	Reconnaître un rectangle
Les quatre angles d'un rectangle sont droits.	Un quadrilatère dont les quatre angles sont droits est un rectangle.
Les diagonales d'un rectangle ont même longueur.	Un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur est un rectangle.
Les médiatrices des côtés d'un rectangle sont des axes de symétrie	Un quadrilatère dont les médiatrices des côtés sont des axes de symétrie est un rectangle.

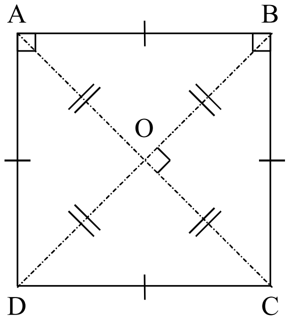
L'aire (surface) d'un rectangle est le produit de la largeur par la longueur. $\boxed{\mathbf{S = L \times \ell}}$

II. LE LOSANGE

Un **losange** est un parallélogramme dont les **côtés** consécutifs sont **égaux**.	

Propriétés	Reconnaître un losange
Les quatre côtés d'un losange ont même longueur.	Un quadrilatère dont les quatre côtés ont même longueur est un losange.
Les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement.	Un parallélogramme dont les diagonales se coupent perpendiculairement est un losange.
Les diagonales d'un losange sont des axes de symétrie.	Un quadrilatère dont les deux diagonales sont des axes de symétrie est un losange.

III. LE CARRE

Un **carré** est à la fois **un rectangle et un losange**. Il a donc toutes les propriétés du losange et toutes celles du rectangle. Pour reconnaître qu'un quadrilatère est un carré, il faut reconnaître que c'est un rectangle et que c'est un losange. Tout simplement, un carré est un quadrilatère dont les angles sont droits et les côtés de même longueur.	

Chapitre XI : UNITES DE MESURE, PERIMETRE, AIRE ET VOLUME

I. UNITES DE MESURE

1° Unités de temps

a - Définitions

L'unité principale pour mesurer les durées est la « seconde ».

Attention !
Les durées ne suivent pas la numérotation décimale : par exemple, 1 minute n'est pas égale à 10 secondes.
Il est cependant parfois utile de convertir des durées en unités décimales : 0,5 heure (1/2 heure) est égale à 30 minutes.

Les différentes unités de temps sont :

- **la seconde (s) :** on peut la diviser en dixièmes de seconde, en millièmes de seconde et même en dix millièmes de secondes.
- **la minute (mn) :** une minute est égale à 60 secondes.
- **l'heure (h):** une heure est égale à 60 minutes et à $60 \times 60 = 3600$ secondes.
- **le jour (j):** un jour est égal à 24 heures, à $24 \times 60 = 1440$ minutes et à $1440 \times 60 = 86400$ secondes.
- **la semaine :** une semaine est égale à 7 jours, à $7 \times 24 = 168$ heures… et à 604800 secondes.
- **le mois :** les mois n'ont pas tous le même nombre de jours : janvier (31 jours), février (28 jours ou 29 jours en année bissextile), mars (31 jours)…
- **l'année :** la Terre effectue sa révolution autour du soleil en environ 365 ,25 jours. C'est la raison pour laquelle un calendrier possède 365 ou 366 jours (le jour supplémentaire est ajouté le 29 février de l'année bissextile tous les 4 ans) car alors la durée moyenne sur 4 ans est de 365,25 jours.

Rappel : une année est bissextile si le nombre formé par les 2 derniers chiffres de l'année est divisible par 4. Pour les années séculaires (se terminant par 00), elles sont bissextiles si le nombre de siècles est divisible par 4.

Ex. :
1900 n'est pas bissextile
1904 est bissextile
1927 n'est pas bissextile
2000 est bissextile

b - Addition et soustraction

Pour additionner ou soustraire des durées exprimées en j / h / mn/ s, il faut les convertir en une seule unité (la plus petite) et ensuite convertir la somme ou la soustraction en j / h / mn/ s.

Ex. :

Additionner 3h45 + 2h50 + 6h20 + 7h55 :

On transforme tout dans l'unité la plus petite (ici, la minute) :
3h45 = 3×60 + 45 = 225 mn
6h20 = 6×60 + 20 = 380 mn
2h50 = 2×60 + 50 = 170 mn
7h55 = 7×60 + 55 = 475 mn
TOTAL = 225 + 170 + 380 + 475 = 1250 mn
On convertit le total: 1250 mn = 20×60 + 50, soit 20h50.

Soustraire 3h45 – 2h10 :

On transforme tout dans l'unité la plus petite :
3h45 = 3×60 + 45 = 225 mn
2h10 = 2×60 + 10 = 130 mn
TOTAL = 225 - 130 = 95 mn
On convertit le total: 95 mn = 1×60 + 35, soit 1h35.

c - Multiplication et division d'une durée par un nombre

Pour multiplier ou diviser une durée par un nombre, il est souvent nécessaire de décomposer la durée en une unité de temps plus petite.

Ex. : ¾ heure = $\frac{3}{4}$ de 60 minutes = $\frac{3}{4}\times 60 = \frac{180}{4}$ = 45 mn
1,6 heure = 1,6×60 minutes = 96 minutes = 1 heure et 36 minutes
2h30 à diviser par 3 = 150 minutes à diviser par 3 = 50 minutes
15h à diviser par 9 = 900 minutes à diviser par 9 = 100 minutes = 1 heure et 40 minutes

d - Durées décimales

Dans certains domaines, comme la physique, on utilise des durées décimales.

Ex. : un garagiste facture son travail 25 € de l'heure. Il travaille 1h30.
1h30 = 1,5 heure
Il va ainsi facturer 1,5 × 25 = 37,50 €.

Pour passer d'une durée à une durée décimale, on utilise une fraction du temps.

Ex. : convertir 3h15 en durée décimale.
15 minutes sur 60 minutes correspond à 15/60 = 1/4 = 0,25h. D'où 3h15mn = 3,25 heures

2° Unités de masse

La **masse** d'un produit (que l'on appelle couramment le poids) est exprimée en France en **kilogrammes**, noté **kg**.
Lorsque l'on parle de petites masses, on utilise une subdivision du kilogramme : le **gramme**, noté **g** ou le **milligramme**, noté **mg**.

Lorsque l'on parle de grandes masses, on utilise le **quintal**, noté **q**, qui est égal à 100 kilogrammes ou la **tonne**, noté **t**, qui est égale à 1000 kilogrammes.

- Un kilogramme est égal à 1000 grammes.
- Un gramme est égal à 1000 milligrammes.

On peut résumer ces opérations grâce à un tableau qui permet de faire directement les conversions :

kilogramme	**hecto**gramme	**déca**gramme	gramme	**déci**gramme	**centi**gramme	**milli**gramme
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1kg=1000g	1hg=100g	1dag=10g		1dg=0,1g	1cg=0,01g	1mg=0,001g

3° Unités de longueur

L'unité de longueur dans le système métrique est le **mètre** (m). Le mètre est divisé en 10 décimètres (dm), 100 centimètres (cm) ou 1000 millimètres (mm). Un kilomètre (km) est égal à 1000m, un hectomètre (hm) est égal à 100m et un décamètre (dam) est égal à 10m.

kilomètre	**hecto**mètre	**déca**mètre	mètre	**déci**mètre	**centi**mètre	**milli**mètre
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1km=1000m	1hm=100m	1dam=10m		1dm=0,1m	1cm=0,01m	1mm=0,001m

4° Unités de surface

L'unité de surface dans le système métrique est le **mètre carré** (noté m^2). Pour effectuer les conversions, on peut utiliser le tableau suivant :

km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**
	hectare	**are**	**centiare**			
			3,	**4 5**		
			3	4 5	0 0	

Ainsi, $3{,}45m^2 = 34500cm^2$.

5° Unités de volume

L'unité de volume dans le système métrique est le **mètre cube** (noté m^3).
Il existe aussi des subdivisions du mètre cube : les décimètres cube et les centimètres cube.

<u>**Attention !**</u> $1m^3=1000dm^3$ et $1dm^3=1000cm^3$

Il existe une autre unité de volume utilisée couramment : le litre (noté L).

- 1L est égal à $1dm^3$
- 1 litre est égal à 10 décilitres (dl), 100 centilitres (cl) et 1000 millilitres (ml)
- 1 litre est égal à 1000 millilitres et à 1000 cm^3 donc 1ml est égal à 1 cm^3

Pour effectuer les conversions, on peut utiliser le tableau suivant :

					L	dl	cl	ml			
m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		3,	4	5							
		3	4	5	0	0	0	0			

Ainsi, $3{,}45m^3 = 3450L = 3450000\ cm^3$.

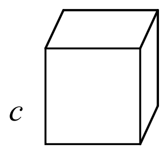
II. PERIMETRE, AIRE ET VOLUME

1° Carré, cube

Le périmètre d'un carré de côté c est $\boxed{P = 4c}$

L'aire d'un carré de côté c est $\boxed{A = c \times c}$.

Le volume d'un cube d'arête c est $\boxed{V = c \times c \times c}$.

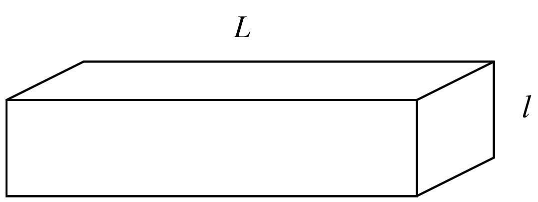


2° Rectangle, pavé droit

Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $\boxed{P = 2\ \ L + l}$.

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $\boxed{A = L \times l}$.

Le volume d'un parallélépipède rectangle de longueur L, de largeur l et de hauteur h est $\boxed{V = L \times l \times h}$.



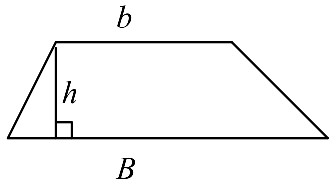
3° Losange

L'aire d'un losange dont les diagonales ont des longueurs respectives d et D est donnée par $\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2}(d \times D)}$.

4° Trapèze

<u>Définition</u> : Un trapèze est un quadrilatère comportant deux cotés parallèles et inégaux (les bases).

L'aire d'un trapèze de bases b et B, de hauteur h est donnée par $\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2}(b + B)h}$.

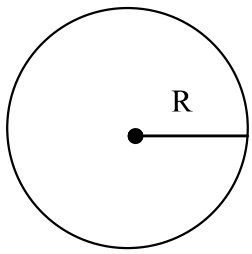


5° Cercle, disque

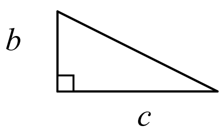
Le périmètre d'un cercle de rayon R est $\boxed{P = 2 \times \pi \times R}$.

L'aire d'un disque de rayon R est $\boxed{\mathcal{A} = \pi \text{ x } R^2}$

Pour approximer, on prendra $\pi = 3{,}14$.



6° Triangle



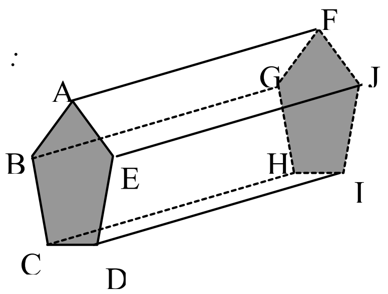
L'aire d'un triangle rectangle de côtés *b* et *c* est $\boxed{\mathcal{A} = \frac{b \times c}{2}}$.

Chapitre XII : PRISMES DROITS ET CYLINDRES DE REVOLUTION

I. LE PRISME DROIT

Un prisme droit est un solide dont :
- deux faces (qui sont des polygones) sont superposables et situés dans des plans parallèles : on les appelle les **bases**.
- les autres faces sont des rectangles : ce sont les **faces latérales**.

Ex. 1 :

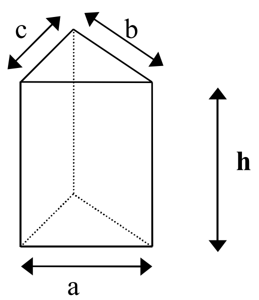


Les bases sont des pentagones : ABCDE et FGHIJ
Les faces latérales sont des rectangles : ABGF ; BCHG ; CDIH ; DEJI ; EAFJ
Il y a 10 sommets : A, B, …, J

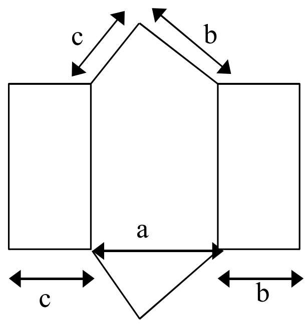
$$\text{Il y a 15 arêtes : } \left.\begin{array}{l}\text{[AB] ; [BC]…}\\ \text{[FG] ; [GH]…}\end{array}\right\} \text{Côtés des bases}$$

[AF] ; [BG] ; [CH] ; [DI] ; [EJ] sont les arêtes latérales. La longueur d'une arête latérale est appelée la hauteur

Ex.2 :
Le prisme de hauteur **h** ci-dessous a une base triangulaire dont les côtés sont a,b et c.



Vue en perspective du prisme



Patron du prisme

L'aire d'un prisme est donnée par : S = aire latérale + 2 × aire de base.
S = périmètre de la base × hauteur + 2 × aire de base

$$\boxed{S = \mathcal{P} \times \mathbf{h} + 2.\mathcal{A}}$$

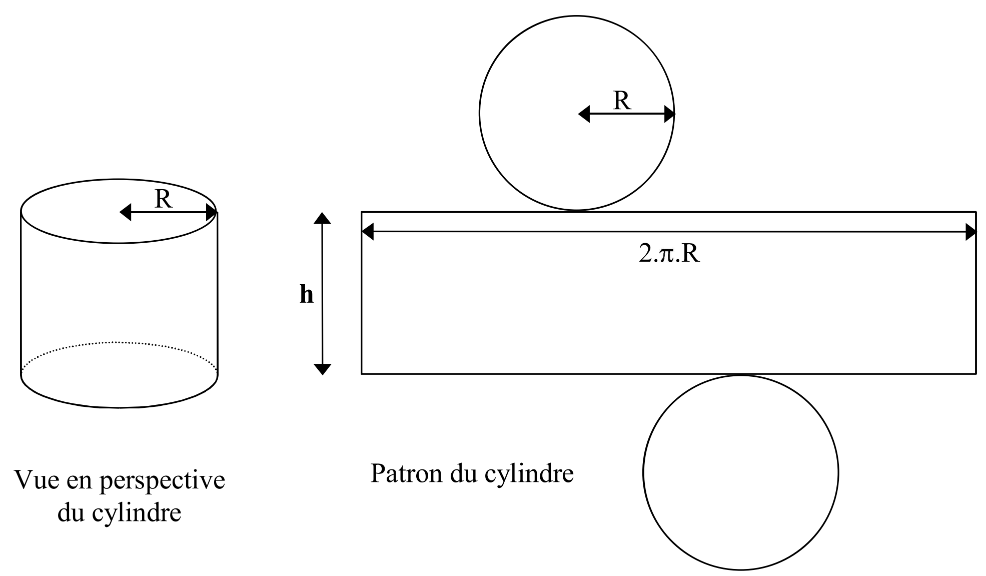
Le volume d'un prisme est donné par : V = aire de base × hauteur.

$$\boxed{V = \mathcal{A} \times \mathbf{h}}$$

II. LE CYLINDRE DE REVOLUTION

Un cylindre de révolution est un solide dont :
- les deux bases sont des **disques** de mêmes rayons situés dans des plans parallèles
- la **surface latérale est courbe**

Plus simplement, le cylindre est un « prisme » à base circulaire.



L'aire d'un cylindre est donnée par : S = aire latérale + 2 × aire de base.

S = périmètre de la base × hauteur + 2 × aire de base

$\boxed{S = 2.\pi.R\times \mathbf{h} + 2\times\pi.R^2}$

Le volume d'un cylindre est donné par : V = aire de base × hauteur.

$\boxed{V = \pi.R^2\times \mathbf{h}}$

Partie B : EXERCICES

- : exercices d’application directe du cours.
- : exercices demandant un raisonnement plus complexe.
- : exercices plus difficiles ou plus longs.

Chapitre I : SUITES D'OPERATIONS ET CALCUL LITTERAL

1.1 **(Corrigé)** - Calculer avec les parenthèses :

a) $3,4 \times (1,7 - 0,9)$
b) $13,6 \times 1,5 \times (9,6 - 8,4)$
c) $15 + 3 \times 5 - (2 + 8)$
d) $5 \times (2,7 - 0,9) + 12 \times (3,4 - 0,6)$
e) $8 \times (42 - 15)$

1.2 - Calculer :

a) $8,4 : 4 - 3,3 : 3$
b) $5,2 \times 2,4 \times 2,5 + 2,3 \times 1,2$
c) $5 \times 14 - 12$
d) $5,7 \times 1,2 + 3,4 \times 5$
e) $1,6 \times (3,2 - 1,6)$

1.3 - Calculer :

a) $12 + (3 \times 7 - 2)$
b) $(12 + 3 \times 7) - 2$
c) $(12 + 3) \times (7 - 2)$
d) $9 \times 5 + 5 \times 4$
e) $(12 + 3) \times 7 - 2$

1.4 - Calculer :

a) $7 \times 21 - 12 + 3$
b) $7 \times 21 - (12 - 3)$
c) $7 \times (21 - 12) + 3$
d) $7 \times (21 - 12 + 3)$

1.5 - Calculer l'expression suivante :
$(2,1 + 1,9) \times (6,3 - 1,2) - \{ 2.[2 \times 4+5.(1,3 - 0,6:3) - 3] - (1,6 + 3,8) : 3\}$

1.6 - Si u = 21 ; v = 5 et w = 1,5 calculer :

a) $u + v - w$
b) $u - (v + w)$
c) $3u$
d) $3(u - v)$
e) $5(v - w)$

1.7 - Simplifier le plus possible :

a) $5 \times a$
b) $3,2 \times c \times 1,7 \times b$
d) $a \times 3$
e) $3c + 8c$
f) $15 \times a \times b$
g) $15c + 12b - 3c$
h) $a \times 2 \times u$
i) $a + a + a$

1.8 - Simplifier le plus possible :

a) $3u + 2u$
b) $2 \times a$
c) $2a + 5b + 2c - 4b + 1$
d) $(x + x).5$
e) $3(a + b)$
f) $a + a$
g) $2 \times a \times b$
h) $(2 + a) + 2b$
i) $7(2x + 6x)$
j) $2 + (a + b)$

1.9 - Simplifier :

a) $2 \times (a + b)$
b) $(t + t) \times 5$
c) $2y + z + 5(x + 4y)$
d) $3,7y - 2y + 1$

1.10 - Simplifier :

a) $(2x + 1) + (x + 3)$
b) $x + x$
c) $5x + 2x$

1.11 **(Corrigé)** - Résoudre les équations :

a) $x + 3 = 5$
b) $x - 8 = 42$
c) $2x - 3 = 1$

1.12 - Résoudre les équations :

a) $3x + 2 = 6$
b) $x : 3 - 1 = 4$
c) $(x + 3) - 2(x + 2) = 25$

1.13 - x est un nombre décimal. Il faut lui ajouter 3 et multiplier le résultat par 7 pour obtenir 56. Ecrire l'équation traduisant cette condition et la résoudre.

1.14 **(Corrigé)** - Factoriser :

a) $10 \times 2 + 10 \times 7$
b) $5 \times 4 + 4 \times 7$
c) $3 \times c + 4 \times c$

1.15 - Factoriser :

a) $3 \times 5 + 3 \times 7$
b) $3x - 3$
c) $49abc + 7bc$

1.16 - Factoriser :

a) $12x - 12$
b) $16xyz - 4yz + 4xz$
c) $12 \times 0,5 - 6 \times 0,2$

1.17 - Pierre a huit ans. Dans cinq ans l'âge d'Isabelle sera le triple de celui de Pierre. Quel est l'âge d'Isabelle ?

Chapitre II : ECRITURES FRACTIONNAIRES ET OPERATIONS

2.1 - Représentation graphique.

a) Tracer un segment de droite de dix carreaux que l'on nomme [AB].
Placer sur la droite les points C, D, E, F, G représentant respectivement les fractions :
$\frac{9}{10};\frac{7}{10};\frac{1}{10};\frac{13}{10};\frac{2}{10}$ de AB.

b) Comparer, à l'aide du schéma, les fractions précédentes.
Citer la règle du cours qui est montrée ici.

2.2 - Ranger par ordre croissant les deux fractions des couples suivants :
$\frac{5}{9}$ et $\frac{4}{9}$; $\frac{18}{17}$ et $\frac{12}{17}$; $\frac{1,5}{13}$ et $\frac{2}{13}$; $\frac{2,3}{4}$ et $\frac{2,03}{4}$.
$\frac{2}{3}$ et $\frac{2}{5}$; $\frac{11}{4}$ et $\frac{11}{12}$.

2.3 - Tracer un sixième de disque.

2.4 - Compléter les égalités suivantes :

$\frac{5}{6}=\frac{\ldots}{30};\ \frac{3}{4}=\frac{33}{\ldots};\ \frac{2,1}{0,5}=\frac{\ldots}{5};\ \frac{14}{49}=\frac{2}{\ldots}.$

$\frac{3}{5}=\frac{9}{\ldots}=\frac{\ldots}{20}=\frac{18}{\ldots}=\frac{\ldots}{55}.$

$\frac{1,2}{3}=\frac{12}{\ldots}=\frac{\ldots}{15}=\frac{2}{\ldots}=\frac{\ldots}{10}.$

2.5 (Corrigé) - Simplifier les fractions :

$\frac{42}{126};\frac{33}{11};\frac{207}{36}.$

2.6 - Simplifier les fractions :

$\frac{390}{650};\frac{114}{1900};\frac{15}{20};\frac{13}{169};\frac{8}{1024}.$

2.7 - Simplifier les fractions suivantes :

$\frac{8}{12};\frac{10}{5};\frac{35}{7};\frac{13}{2};\frac{5}{10}.$

$\frac{1,9}{5,3};\frac{0,83}{1,34};\frac{0,3}{5};\frac{13}{0,7};\frac{0,15}{0,4};\frac{0,2}{1,03}.$

2.8 - Monsieur Oups constate que $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.
Comment a-t-il fait ? Faites comme lui et simplifiez les fractions suivantes :

$\frac{60}{48};\frac{65}{90};\frac{8}{18};\frac{117}{45};\frac{63}{21};\frac{64}{48}.$

2.9 - Peut-on trouver une fraction égale à $\frac{1}{3}$ dont le dénominateur soit 12 ?
On divise un gâteau en 12 parts égales. Combien faut-il manger de parts pour déguster le tiers du gâteau ?

2.10 - Quelle fraction de la semaine représente 6 jours ?

2.11 - Quelle fraction de l'heure représente 25 minutes ?

2.12 (Corrigé) - Monsieur Legal a droit à une remise de 25% sur une pendulette de 15€.Combien va-t-il payer?

Monsieur Galle achète pour les $\frac{3}{4}$ du prix une pendulette de 15 €. Combien va-t-il payer?

2.13 - Monsieur Départ part en voyage. La distance de son village à la ville la plus proche est de 228 km. Quelle distance devra-t-il parcourir s'il va à Joliville situé aux deux tiers du trajet pour la ville ?

2.14 - Monsieur Til décide de léguer 2640 € à ses neveux et nièces. L'un d'eux, Jean en touche le tiers.
Quelle somme va-t-il recevoir ?
Son frère reçoit une somme égale aux trois quarts de ce qu'a reçu Jean. Combien va-t-il recevoir ?
Quelle fraction de 2640 € restera-t-il pour la nièce de Monsieur Til ?

2.15 - Pierre et Valérie ont fait un gâteau. Pierre en prend les deux tiers de la moitié et Valérie la moitié des deux tiers. Combien reste-t-il du gâteau ?

2.16 - Un avion décolle de Paris. Il y a 180 places. Les trois cinquièmes des sièges sont occupés. Combien y a-t-il de voyageurs ? Après une escale à Dakar, l'avion est plein aux trois quarts. Combien de voyageurs sont montés ?

2.17 - Calculer :

$\frac{3}{4}+\frac{5}{4}-\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{7}-\frac{1}{7}+\frac{8}{7}$

$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}+\frac{15}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{4}+\frac{2}{8}$

$\frac{13}{20}-\frac{2}{5}$ $\qquad$ $\frac{4}{7}-\frac{3}{21}$

$\frac{15}{48}+\frac{13}{6}$ $\qquad$ $\frac{12}{21}-\frac{3}{7}$

$\frac{3}{2}+\frac{5}{8}$ $\qquad$ $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}$

$\frac{8}{5}-\frac{3}{10}$ $\qquad$ $\frac{4}{9}-\frac{11}{27}$

2.18 - Calculer :

$3\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)$ $\qquad$ $\frac{5}{2}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)$

$\frac{72}{21}\times\frac{33}{9}$ $\qquad$ $\frac{1}{8}\times 2+\frac{1}{56}$

$\frac{3}{21}+1$ $\qquad$ $\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)$

$\frac{3}{36}\times\frac{7}{6}\times\frac{54}{21}$ $\qquad$ $\frac{22}{36}\times\frac{18}{11}$

$\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)$

$\frac{7}{4}\times\frac{23}{5}+\frac{9}{2}\times\frac{3}{10}$

2.19 - Calculer :

$7+\frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{7+3}{4}$

$10-\frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{10-1}{3}$

$21+\frac{5}{3}-2$ $\qquad$ $21+\frac{5-2}{3}$

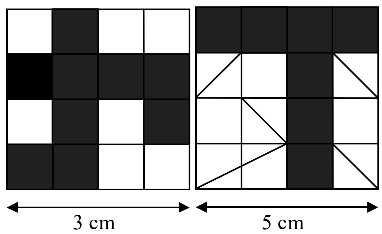
2.20 - Calculer :

$56\times\frac{5}{7}$ $\qquad$ $48\times\frac{3}{8}$ $\qquad$ $77\times\frac{5}{11}$

$27\times\frac{2}{9}$ $\qquad$ $3{,}4\times\frac{3}{17}$ $\qquad$ $4{,}2\times\frac{5}{14}$

$3{,}6\times\frac{2}{3}$ $\qquad$ $10{,}26\times\frac{7}{9}$ $\qquad$ $1{,}3\times\frac{5}{13}$

2.21 - Quelle fraction du grand carré représente la surface grisée ? Calculer l'aire grise.



2.22 - Le feuilleton télévisé du mardi à 14 h dure 1h30 mn.
On décide de le couper en trois parties égales pour passer 5 minutes de publicités.

A quelles heures passeront les publicités ?

A quelle heure se terminera le feuilleton ?

On pourra faire un schéma sur une droite.

2.23 - Un bocal vide a une masse de 5 kg. Rempli d'eau jusqu'aux deux tiers, sa masse est de 7,2 kg.
Quelle masse totale d'eau peut-il contenir ?
Quel volume?

2.24 **(Corrigé)** - Tracer un carré dont l'aire est les 9/4 de celle d'un carré de 2 cm de côté.

2.25 - Sachant que la masse volumique de l'or est de 19300 kg/m^3, quel est le volume de 11,58 t d'or?

Combien pèserait le même volume mais d'eau? (1 m^3 d'eau pèse 1 t)

Lorsque l'eau gèle, son volume augmente de 1/15. Quel sera alors le volume de ce « glaçon »?

2.26 - Maxime a dépensé tout d'abord les deux tiers de sa fortune puis la moitié de ce qui restait. Combien lui reste-t-il ?

2.27 - La Sécurité Sociale rembourse 75% des frais médicaux, et une mutuelle 4/15 de ce qu'a remboursé la Sécurité Sociale. Quelle fraction des frais médicaux reste à la charge des malades ?

2.28 - A l'école, $\frac{5}{12}$ des élèves viennent en vélo, $\frac{1}{6}$ en rollers et $\frac{1}{4}$ en bus. Les autres s'y rendent à pied. Quelle fraction du nombre total d'élèves représentent ceux qui viennent à pied ?

Chapitre III : NOMBRES RELATIFS ET OPERATIONS

3.1 - Dans chacun des cas :
- Comparer a et b.
- Calculer - a et - b puis les comparer.

a = - 2 b = + 3
a = + 7 b = - 5
a = - 5 b = - 4
a = 0 b = - 7
a = - 3 b = - 8

3.2 **(Corrigé)** - Ecrire l'ensemble des entiers relatifs qui vérifient :
a) $-3 < x \leq 2$
b) $-7 \leq x < -6$

3.3 - Calculer :

x	y	z	x - y	$(x-y)+z$	y - z	$x-(y-z)$
5	-7	12				
-3	0	-1,7				
-5,2	0,9	-4				
2,75	-3,4	4,25				

3.4 - Calculer :
a) $1{,}7 + 3 \times 2{,}4$
b) (+ 3,9) - (- 1,7)
c) $2 \times (3{,}5 - 0{,}9) + 4{,}7$
d) (-15) - (- 8,5)
e) $(3 + 15) \times (6 - 2{,}3)$
f) (+ 8,4) - (- 13,4)
g) (+ 4) - (- 7,2)
h) (+ 4) - (- 13) - (+ 2) - (+ 12)
i) (+ 1,2) + (4,8) - (- 4) - (+ 4)
j) (- 1,3) + (- 7) + (- 8) + (+ 1,5)
k) $(8 - 4) \times 5 + (7 - 2) - 4 \times (8 - 1)$

3.5 - Calculer sans calculatrice :
a) $1{,}7 + 3{,}2 \times 0{,}4 - 12 \times 0{,}03$
b) (+ 3,2) + (+6,4) + (- 2,5) + (+ 8)
c) (- 0,04) - (+ 1,52)
d) (- 2,7) + (+ 8,4) - (- 6,3) + (+ 2,8)
e) $\left(-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{3}$
f) $\frac{21}{12}\times\frac{28}{49}$
g) $14 - (16 - 4) \times 2 + 3{,}7.(5{,}3 \times 2{,}1 - 1)$
h) $\frac{112}{2}-4\times7+3$
h) $\frac{1}{12}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-3$
i) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)$

3.6 - Calculer sans calculatrice :
a) $\frac{13}{4}+\left(\frac{13}{7}\times\frac{12}{3}-\frac{5}{7}\right)$
b) $\frac{5}{7}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}-\frac{5\times8}{40}\right)$
c) 2,3 + 0,1 (6,2 - 5) - 3 (- 1,4 - 0,2)

3.7 - Calculer sans calculatrice :
a) 3 + (- 17 + 5) - 47 - (25 - 6 + 8)
b) [14 - (- 25 + 10 - 11)] - (- 30 + 12)+ [(19 - 32) + (36 + 16)]
c) (3 - 4) - [- (- 5 + 2) + (3 + 1)]
d) 2 - [(3 - 2) + (5 + 7)] - [(3- 7) - (- 4 + 5)]
e) 7 - [- (- 5 + 12) + (3 - 1)]- [3 - (- 7 + 11)]

3.8 - Calculer :
a) 3,5 + 4,8 + 7,4 + 5,3
b) 5 - 12,7 + 42,3 - 1
c) $35 - 2 \times 3{,}5$
d) 8,2 - 5,7 + 3,4 - 0,3
e) $4{,}2 \times 5{,}6 + 1{,}2 - 3$
f) $1{,}57 \times 2{,}4 + 3{,}4 \times 2{,}6$

3.9 - Calculer sans calculatrice :
a) $- 12 \times 7 + 14 \times 3$
b) 2(- 5 + 7 - 1) - 5 - 6(8 - 4)

3.10 - Calculer sans calculatrice :
a) (+ 32) + (- 43) + (- 12,6)
b) $92 : 2 - (4 \times 3 + 2)$
c) $1{,}7 \times 2 - 3 \times 4{,}5$
d) - 4 + (- 5 + 3 - 7)
e) $-7+\frac{7}{4}-5+12+\frac{12}{2}$
f) $\frac{7}{2}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\right)$

3.11 - Calculer de deux manières différentes :
a) - 2 - (- 4 + 3 - 5) - (- 3 - 4 + 2)
b) - (3 - 5) - (4 - 3 + 2) + (7 - 5)
c) (12 - 63) - (56 + 3) - (- 12 - 18)
d) (- 5 + 3 - 4) - (2 - 5) + (3 - 5)
e) (4 - 5) - (7 - 8) + (4 - 5)
f) 6 - (+ 2 - 4 + 3) + (- 5 + 4)

3.12 - Trouver x tel que :

$x + (+ 8) = 0$

$x - (- 7) = 0$

$x + (- 6) = + 4$

$x - (+ 3) = 0$

$x - (- 9) = - 2$

$x + (- 4) = (+ 3)$

$x - (+ 8) = + 12$

3.13 **(Corrigé)** - Simplifier :

$3x + 2x + 7x =$

$3x + 2y + 4x - y =$

$3(2x + 1) =$

$5(3a) - 2(3a) =$

3.14 - Simplifier :

$2x + 10x + 15x$

$2(x + 5) + 3$

$5(2x - 4y)$

$3x + 2y + 17x + 6y + 19 + 9y$

$2(x - 3) + 3(x - 5)- 7(4x + 1) + 8(15 - 2x)$

3.15 - Résoudre les équations suivantes :

a) $-2x + 3 = 5$

b) $3x - 4 = -1$

c) $- x + 1 = x$

3.16 - Résoudre les équations suivantes :

a) $5 + (- 8) + (- 2,5) + x = - 13$

b) $(- 3) + 7 + x + (- 11) = (- 19) + 8$

c) $2 + (- 16) + (- 7) + x = 11 + (- 3,5)$

d) $(- 9) + x + (- 13) + 23 = (- 31) + 10$

3.17 **(Corrigé)** – Résoudre les équations :

a) $- 3x + 5 = 2x - 3$

b) $(- x + 3) – (6 – x) = 3x - 8$

c) $(x – 7) + (6 – 2x) = 4x - 10$

3.18 - $5,5\,x = 62,15$

$48,6 = 3,6\,t$

$46,68 = 2,4\,z$

3.19 - Victoria achète un magazine à 2 €, 4 cartes postales à 0,40 €, un effaceur à 1 € et un livre de poche. Elle paye avec un billet de 10 € et la libraire lui rend 0,50 €. Calculer le prix du livre en posant une équation.

3.20 - Développer puis simplifier. Factoriser le résultat obtenu lorsque cela est possible.

a) $3(4x + 2y) + 6y(5 - x) =$

b) $x - [- y + (7 + x)] + [- 7 - (x + 1)] =$

c) $5(x - 4) + 2(5xy + 10) =$

d) $- [(- x + 7) - (x - 3)] - [2 - (x - 5)] =$

e) $x + x + 2(3x - 1) =$

Chapitre IV : PROPORTIONNALITE

4.1 **(Corrigé)** - Traduire par une fraction la plus simple possible les pourcentages suivants :
5% ; 12,5% ; 25% ; 60% ; 90%

4.2 **(Corrigé)**- Compléter ces tableaux de suites proportionnelles :

12	
8	7

5	6
9	

60	
15	100

7200	
65	81

4.3 - 2 m^3 de fer ont une masse de 15600 kg.
Monsieur Biceps se demande alors :
Quelle est la masse de 4 m^3 de fer, de 7 m^3 ?
Quel volume de fer puis-je soulever sachant que je peux porter 100 kg ?
On fera un tableau et un graphe.

4.4 **(Corrigé)** - La femme de Monsieur Heir fait ses comptes.
Un paquet de 10 barrettes vaut 3 €.
Quel est alors le prix de 20 barrettes, de 13 barrettes ?
Combien peut-on avoir de barrettes pour 15 € ?

4.5 - Soit un dessin à l'échelle 4.

a) Quelles sont les distances sur le dessin correspondant à 1 cm ; 4 cm ; 8 cm ; 9 cm ?

b) Quelles sont les distances réelles représentées par 24 cm ; 48 cm ; 56 cm ?

Faire un tableau, puis la représentation graphique de la relation de proportionnalité précédente.

4.6 - La distance Paris - Saint Germain-en-Laye est de 20 km. Quelle est cette distance sur une carte à l'échelle 1/50000 ?

4.7 - Une maison mesure 20 m de haut. Je souhaite en faire une maquette au 1/500.
Quelle sera alors la hauteur de la maquette ?

4.8 - Sur un plan à l'échelle 1/150, un terrain à bâtir a une forme carré de 8,4 cm de côté. Peut-on construire une maison ayant une façade de 13 m de long ?

4.9 - Au mois de juin, la population d'un petit village touristique est de 1150 habitants. Au mois de juillet, elle est de 2300 habitants, au mois d'août, elle est de 6900 habitants.
Calculer le pourcentage <u>d'augmentation</u> de :

a) juin à juillet
b) juillet à août
c) juin à août

4.10 - La France mesure environ 900 km d'est en ouest et 1000 km du nord au sud. Quelle échelle faut-il choisir pour pouvoir représenter la France dans un carré de 20 cm de côté ?

4.11 - Une montre avance de 4 mn par jour. On ne peut pas la réparer, mais on la met à la bonne heure le lundi à 9 h. Peut on prévoir l'heure qu'elle indiquera :

a) Le mercredi de la même semaine lorsqu'il sera réellement 9 h ?
b) Le jeudi de la même semaine lorsqu'il sera réellement 21 h ?
c) Le samedi de la même semaine lorsqu'il sera réellement midi ?

4.12 - Le 15 septembre, un jeu électronique est vendu 55€. En décembre, son prix augmente de 20%. Au 15 février, le jeu est soldé de 20%. Son prix est-il alors, à nouveau, de 55 € ?

4.13 - Une somme de 4200 € est placée à la banque à 8% par an. Quel intérêt rapporte- elle la première année ? Pour obtenir 450 € d'intérêt la première année, combien faut-il placer ? Quel devrait être le taux pour obtenir 700 € d'intérêt la première année avec la même somme ?

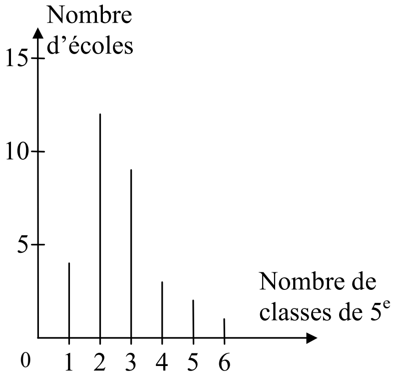
<u>Chapitre V :</u> REPRESENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

5.1 - On fait une étude concernant la façon dont les élèves viennent à l'école, sur 125 élèves :

- 62 élèves viennent en autobus
- 32 élèves viennent en métro
- 10 sont accompagnés en voiture
- 8 viennent à vélo
- 10 viennent à pied
- 3 viennent en patins à roulettes

Représenter ces résultats dans un tableau avec les fréquences en décimal.
Calculer quel pourcentage d'élèves utilise chaque moyen de transport.
Représenter ces résultats sur un diagramme circulaire.

5.2 **(Corrigé)** - Le diagramme suivant représente le nombre de classes de 5^e dans les écoles de Marseille.



a) Combien d'écoles ont plus de 3 classes de 5^e ?, plus de 2 ?
b) Dessiner un histogramme avec les intervalles : 0 à 2 classes, 2 à 4 classes et 4 à 6 classes.

5.3 - Voici en % les différentes orientations des élèves de 3^e.

	1987	1988	1989	1990
Enseignement long	54,5	57,6	62,1	63,3
Enseignement court	29,9	28	25,9	25,7
Redoublements	13,7	12,6	10,3	9,6
Autre formation	1,9	1,8	1,7	1,5

a) Réaliser pour chaque année, le diagramme circulaire représentant les orientations des élèves.

b) Tracer le diagramme en bâtons correspondant à l'enseignement long de 1987 à 1990.

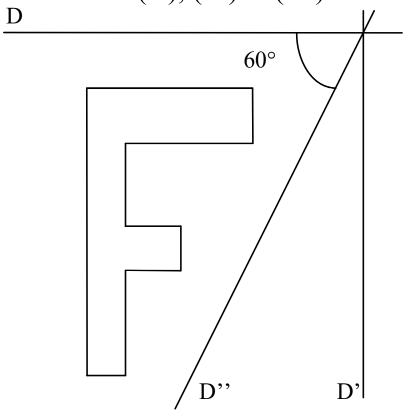
5.4 - Les touristes étrangers dans un camping se répartissent de la façon suivante :

	D	E	GB	I	NL
Nombre de touristes			6	18	
Pourcentage	30	10	5		40

Reproduire puis compléter le tableau et tracer la représentation des données en bâtons.

RAPPELS DE GEOMETRIE

R.1 - On donne la figure suivante:
Tracer le symétrique de F par rapport à chacune des droites (D), (D') et (D").



R.2 **(Corrigé)** - Soit un triangle ABC rectangle en A et C' l'image de C par la symétrie d'axe (AB).

a) Quelle est la nature du triangle CC'B ?

b) Que se passe-t-il pour le triangle BC'C si BC = 2 AC ?

R.3 - Soit un triangle ABC.

a) Construire avec précision les médiatrices des segments [AB] et [AC].
Vous les noterez respectivement D et D'.
D et D' sont sécantes en O.

b) Vérifier que les longueurs des segments [OA], [OB], [OC] sont égales.
Expliquer pourquoi.

c) Construire la droite D" médiatrice du segment [BC].
Que constatez-vous ?
Expliquer pourquoi ce résultat était prévisible.

R.4 - Soit un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 3 cm. M un point de ce cercle. $\mathscr{C}'$ un cercle de centre M et de rayon 2 cm, coupe le cercle $\mathscr{C}$ en A et B.

a) Comparer les longueurs OA et OB, MA et MB.
En déduire que (OM) est la médiatrice du segment [AB].

b) La droite (OM) coupe le cercle $\mathscr{C}'$ en D. Comparer AD et DB.

c) Quelle est la nature du triangle ADB ?

R.5 -Soit (DE) la médiatrice d'un segment [AB], O un point de (DE) et (AE') une droite passant par O.

a) Expliquer la construction du point C tel que (AE') est la médiatrice de [BC].

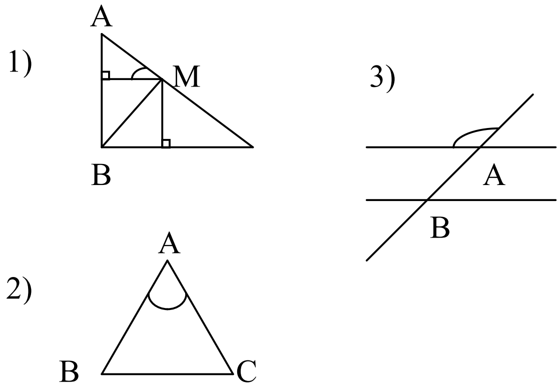
b) Démontrer que le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon OC passe par B puis par A.

R.6 **(Corrigé)** - Avec le rapporteur construire l'angle xÔy tel que sa mesure soit 195°. Quelle est la nature de cet angle ?

R.7 - Tracer les secteurs angulaires xÔy dont les mesures vérifient :

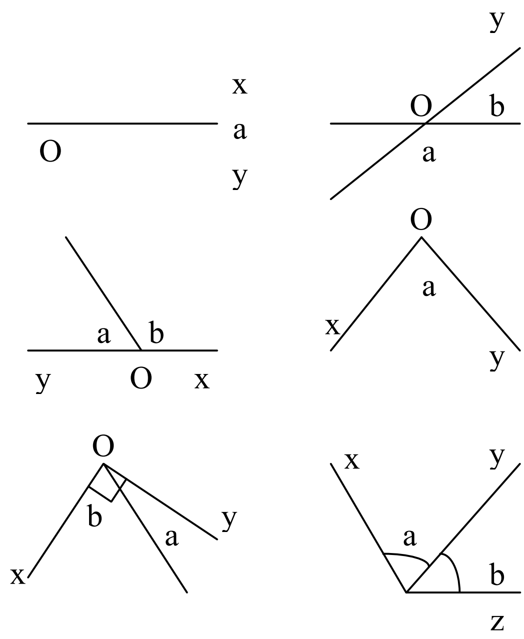
xÔy = 90° xÔy = 125°
xÔy = 35° xÔy = 360°

R.8 - Trouver tous les angles égaux à celui indiqué. Expliquer. *(On pourra aussi comparer les complémentaires de ces angles).*



R.9 - Donner la nature des différents secteurs angulaires xOy.

Dans chaque cas, compléter la phrase : « Les angles a et b sont... ».



R.10 - Construire un secteur angulaire xÔy dont la mesure est 80°.

a) Construire la bissectrice de ce secteur (On la notera [Oz]).

b) Placer sur [Oz] un point A tel que OA = 3 cm.

c) Construire la perpendiculaire à [Oz] issue de A.Elle coupe [Ox] en B et [Oy] en C.
Mesurer AC et AB. Que pouvez-vous en conclure pour A, pour (OA) et pour OBC ?

Chapitre VI : SYMETRIE CENTRALE

6.1 - a) Dessiner le Z de Zorro de la manière suivante :

[AB] est le segment horizontal supérieur et AB = 4 cm

[BC] est le segment oblique tel que si l'on joignait A et C le triangle ABC serait rectangle en A et isocèle. *(Effacer, si vous l'avez tracé, le trait entre A et C).*

[CD] est le segment horizontal inférieur tel que CD = AB.

b) Placer le point O milieu de [BC].

c) Quelle est l'image de C par la symétrie de centre O ? Justifier votre réponse.

d) Quelle est l'image de A par la symétrie de centre O ?

e) Soit M le milieu du segment [AB]. Quel est son symétrique dans la symétrie de centre O ?

f) Quel est alors le symétrique du « Z » dans la symétrie de centre O ?

6.2 - Soit un segment [AB] de milieu O et de médiatrice D.
Soit M un point quelconque de D différent de O.

a) Quelle est l'image de A dans la symétrie de centre O ?

b) Construire le point M' image de M par la symétrie de centre O.

c) Construire la droite (BM') image de (AM) par la symétrie de centre O.

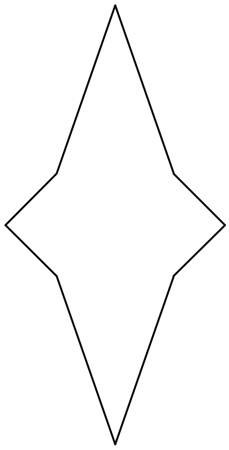
6.3 **(Corrigé)** - Placer le centre de symétrie (s'il existe) :

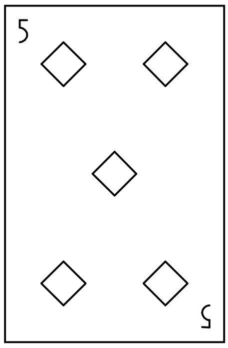
- d'un carré

- d'un rectangle
- d'un parallélogramme

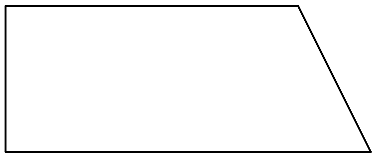
6.4 Marquer deux points A et O. Comment construire uniquement avec un compas le symétrique de A par rapport à O *(Indication : s'aider d'un triangle équilatéral).*

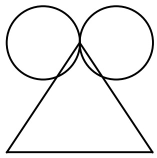
6.5 - Tracer les figures suivantes, et faire les constructions nécessaires pour découvrir s'il existe un centre de symétrie. Conclure.





6.6 - Compléter les figures suivantes de manière à ce qu'elles aient un centre de symétrie.





6.7 - Tracer deux droites parallèles puis marquer un point I tel que ces droites soient symétriques. Quel est l'ensemble des points I possibles ?

6.8 - Soit un rectangle ABCD de centre I. Construire les cercles circonscrits aux triangles AIB, BIC, CID et AID.

Quels sont les éléments de symétrie de la figure obtenue ?
Mêmes questions avec un losange ABCD.

6.9 **(Corrigé)** - Tracer un triangle ABC.

a) Tracer la médiane [AM] issue de A.

b) On considère la symétrie de centre I milieu de [AM]. Construire les symétriques B' et C' de B et C.

c) Montrer que A, B', C' sont alignés.

6.10 - Quels sont les éléments de symétrie d'une figure composée de deux cercles de même rayon ? *(Attention : envisager plusieurs cas de figure possibles).*

Chapitre VII : ANGLES

7.1 - Tracer un angle $x\hat{A}y$ de 35°. Construire la demi-droite [At) telle que $x\hat{A}y$ et $x\hat{A}t$ soient adjacents et que $x\hat{A}t = 110°$.

7.2 - Tracer un angle $x\hat{A}y$. Tracer son symétrique par rapport à A.

7.3 **(Corrigé)** - Soit (x'x) et (y'y) deux droites parallèles. Soit la droite D qui coupe (x'x) en A et (y'y) en A'.

a) Tracer les bissectrices de $x'\hat{A}A'$ et $A\hat{A}'y$.

b) Démontrer que ces bissectrices sont parallèles.

7.4 - Soient deux droites (x'x) et (y'y) coupées par la droite (t't) respectivement en A et B. Avec $x\hat{A}t' = y\hat{B}t$.

a) Tracer la figure.

b) Que peut on dire de (x'x) et de (y'y) ?

c) Nommer tous les angles égaux entre eux.

7.5 - Soit un triangle ABC.

a) Tracer la droite D parallèle à (BC) passant par A.

b) Marquer tous les angles égaux.

c) En conclure que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

7.6 - Construire un triangle ABC rectangle en A. Tracer la perpendiculaire à (BC) passant par A. Cette droite coupe (BC) en H.

a) Quelle est la nature du triangle ABH, celle du triangle ACH ?

b) Dans le triangle ABC, que peut on dire de $\hat{B}$ et de $\hat{C}$?

c) Dans le triangle AHC, quel est l'angle complémentaire de $H\hat{A}C$? En déduire que $H\hat{A}C = \hat{B}$.

d) Montrer que $B\hat{A}H = \hat{C}$.

7.7 - Tracer un triangle équilatéral ABC de côté 4,5 cm. Placer le symétrique D de B par rapport à A. Tracer la bissectrice [Ax) de l'angle $C\hat{A}D$.

a) Calculer les angles $C\hat{A}D$ et $C\hat{A}x$.

b) Que dire de la droite (BC) et de la demi-droite [Ax). Justifier.

7.8 **(Corrigé)** - Soit D et D' deux droites parallèles. Tracer un triangle isocèle en A, sachant que $\hat{B} = 50°$, que le point A est sur D et les points B et C sur D'.

7.9 - Tracer deux droites parallèles (xy) et (zt). Marquer un point A sur (xy) et un point B sur (zt). Placer le point C sur la demi-droite [Ay) tel que AC = AB, puis le symétrique D de C par rapport à A.

a) Montrer que la demi droite [BC) est la bissectrice de $A\hat{B}t$?

b) Quelle est la bissectrice de $A\hat{B}z$?

7.10 - Soit un triangle isocèle DEF tel que $\hat{E} = 3\hat{D}$. Calculer la mesure de tous les angles et tracer le triangle.

Chapitre VIII : TRIANGLES

8.1 **(Corrigé)** - Tracer les 3 médianes d'un triangle ABC. Que constate-t-on ?

8.2 - Tracer un triangle ABC, puis tracer les trois hauteurs. Sont-elles concourantes ?

8.3 - Dessiner un triangle ABC qui a ses trois angles aigus puis tracer la hauteur issue de A.

8.4 - Dessiner un triangle ABC tel que l'angle $\hat{C}$ soit obtus. Tracer la hauteur issue de A.

8.5 - Soit un triangle ABC. Tracer la hauteur [AH] issue de A.
Quelle est l'aire du triangle ?

8.6 - Quelle est la mesure de chaque angle d'un triangle équilatéral ?

8.7 - Tracer un triangle ABC rectangle en A et tel que la mesure de l'angle en B vaut 45° et AB = 3 cm.

a) Quels instruments utilisez-vous ?
b) Quelle est la mesure de l'angle en C ?
c) Calculer la somme des trois angles.

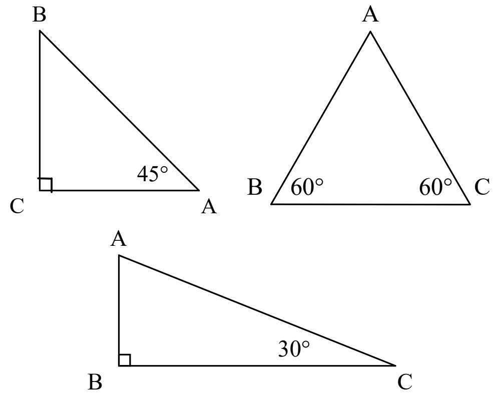
8.8 **(Corrigé)** - Construire le triangle ABC tel que AB = 3 cm, AC = 4 cm, la mesure de l'angle en $\hat{A}$ vaut 48°.

a) Quels instruments utilisez-vous ?
b) Tracer les trois hauteurs du triangle.
c) Mesurer avec le rapporteur l'angle $\hat{B}$. Indiquer sa mesure. Est-ce un angle aigu ou obtus ?

8.9 - On considère un triangle ABC rectangle en A et isocèle.
Soit A' le milieu de [BC].
Tracer la médiatrice de [BC]. Quelle est la nature des triangles AA'B et AA'C ?

8.10 - Dessiner avec précision les différents triangles reproduits ci-dessous.

a) Si ces triangles sont particuliers, dire quelle est leur nature.
b) Trouver la valeur des différents angles :
- avec le rapporteur
- par le calcul



8.11 - a) Soit un triangle ABC tel que l'angle $\hat{B} = 83°$, $\hat{C} = 25°$ et BC = 2 cm.
Tracer le triangle puis trouver à l'aide du rapporteur, puis par le calcul, la valeur de l'angle $\hat{A}$.

b) Tracer un triangle ABC tel que
BC =5 cm, $\hat{A} = 72°$ et $\hat{C} = 25°$.

c) Tracer la hauteur issue de B. Elle coupe (AC) en H.

d) Construire les symétriques A', B', C' de A, B, C dans la symétrie de centre H.
Que peut-on dire des longueurs AH et A'H, BH et B'H, CH et C'H. Justifier.

8.12 - Soit un triangle ABC tel que :
AB = 8 cm, AC = 5 cm et BC = 7 cm

a) Construire le triangle ABC.
b) Soit B' le milieu du segment [AC]. Tracer la médiatrice du segment [AC]. Elle coupe [AB] en O.
c) Comparer les longueurs OA et OC.
d) Que pouvez-vous dire sur la nature du triangle OAC.
e) Avec le rapporteur mesurez les angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ puis $\hat{C}$. Calculer $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$. Le résultat était-il prévisible ?

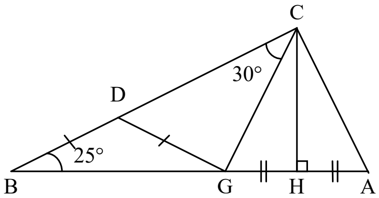
8.13 - On considère un triangle isocèle ABC tel que AB = AC.
Soit H le pied de la perpendiculaire menée de A à (BC).

a) Montrer que H est le milieu de [BC].
b) Soit K le milieu du segment [AB] et L le milieu de [AC]. Montrer que (KL) est perpendiculaire à (AH).
c) En déduire que (KL) est parallèle à (BC).

8.14 **(Corrigé)** - Tracer un triangle dont on connaît l'aire S et la longueur d'une hauteur [AH].

S = 21 cm² et AH = 7 cm. Y a-t-il plusieurs possibilités ?

8.15 - Donner la valeur de l'angle BÂC.



8.16 - Construire un triangle d'aire 12 cm^2 et dont deux des hauteurs mesurent 4 cm et 5 cm. *(Indication : calculer la longueur de deux des côtés).*

8.17 - a) Construire un triangle dont un côté mesure 4 cm et la médiane correspondante 3 cm. Y a t il plusieurs possibilités ?

b) Et si on précise que le 2^e côté mesure 7 cm ?

Chapitre IX : LE PARALLELOGRAMME

9.1 (Corrigé) - Construire un parallélogramme ABCD tel que AB = 4 cm et AD = 3 cm. Y a-t-il plusieurs possibilités ?

9.2 - Construire un parallélogramme MNPQ tel que MNQ = 55°, MN = 4 cm et MQ = 6 cm.

9.3 - Construire un parallélogramme ABCD tel que AC = 5 cm et BD = 7 cm. Y a-t-il plusieurs possibilités ?

9.4 (Corrigé) - a) Soit un triangle ABC. Construire A'B'C' l'image de ABC par la symétrie de centre A. Que peut on dire du quadrilatère BCB'C' ?

b) Reprendre l'exercice avec un triangle ABC rectangle en A.

9.5 - ABCD est un parallélogramme. En considérant tous les angles qui utilisent (AC) comme côté, écrire toutes les égalités d'angles possibles.

9.6 - Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. La parallèle à (BD) passant par A coupe (BC) en I. La parallèle à (BD) passant par C coupe (AD) en J.

a) Démontrer que AICJ est un parallélogramme.

b) Démontrer que O est le milieu de [IJ].

9.7 - ABCD est un parallélogramme de centre O. E est un point quelconque du segment [AB]. La parallèle à la droite (EC) passant par A coupe le segment [CD] en F.

a) Dans la symétrie de centre O, quels sont les symétriques de C, B, (CE), (AB) ?

b) En déduire que O est le milieu de [EF].

9.8 - ABCD est un parallélogramme, E un point du côté [AB] et F le point de [CD] tel que AE = CF.

a) Prouver que BE = DF.

b) Prouver que [EF] a pour milieu le centre du parallélogramme initial.

9.9 - Reprendre l'exercice précédent et construire des points I et J tels que IEJF soit un parallélogramme inscrit dans le parallélogramme initial.

9.10 - Soit un triangle ABC et M un point du côté [AB]. R est le symétrique de C par rapport au milieu I de [AM] et T le symétrique de C par rapport au milieu J de [BM].

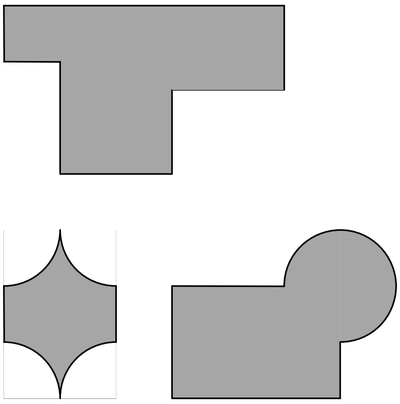
a) Pourquoi ACMR et CMTB sont-ils des parallélogrammes ?

b) Que peut on dire des segments [AR] et [CM] ? de [CM] et [BT] ? de [AR] et [BT] ?

c) Démontrer que ABTR est un parallélogramme.

Chapitre X : QUADRILATERES PARTICULIERS ET SYMETRIES

10.1 - Reproduire à l'échelle 1/1 les figures suivantes, puis calculer leur aire :



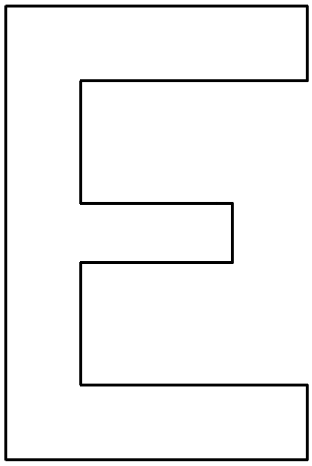
10.2 - Soit un cercle de diamètre [AB]. Le diamètre [CD] est perpendiculaire à [AB].
Démontrer que le quadrilatère ACBD est un carré.

10.3 - ABCD est un losange de centre O. Soit M un point de la diagonale [AC].
Prouver que MB = MD.

10.4 **(Corrigé)** - Quelle est l'aire d'un rectangle de longueur x et de largeur y ?

10.5 - a) Tracer un cercle de centre O et de rayon 2 cm.
b) Tracer un carré de 7 cm de côté ayant même centre O.
c) A l'intérieur du carré, à 0,5 cm du bord, tracer un autre carré.
d) Déterminer l'aire comprise entre le cercle et le carré intérieur.

10.6 -



a) Tracer le dessin "à l'échelle" sachant que la base du E fait 3 cm.
b) Quelle est l'aire de la figure ?
c) Quel est le périmètre de la figure ?

10.7 **(Corrigé)** - Soit A et I deux points du plan. Construire un carré ABCD de centre I.

10.8 - Tracer un triangle ABC. Soit O le milieu de [BC] et D le symétrique de A par rapport à O.
a) Quel est la nature de ABDC ?
b) Comment choisir le triangle ABC pour que ABDC soit :
- un rectangle
- un losange
- un carré

10.9 - Tracer un segment [LU] de milieu I. Soit Δ une droite passant par I et non orthogonale à (LU). On désigne par D et N les symétriques respectifs de L et U dans la symétrie orthogonale par rapport à Δ.
Quelle est la nature de LDUN ? Peut-on obtenir un carré ?

Chapitre XI : UNITES DE MESURE, PERIMETRE, AIRE ET VOLUME

11.1 **(Corrigé)** - a) Quel est le nombre d'arêtes d'un cube ?
b) La somme des longueurs des arêtes d'un cube est 360 cm. Quelle est la longueur d'une arête ?
c) Quelle est l'aire latérale du cube ?
d) Quel est le volume du cube ?
e) Quel est le périmètre d'une face du cube ?

Chapitre XII : PRISMES DROITS ET CYLINDRES DE REVOLUTION

12.1 - Quel est le volume d'un cylindre de 2 m de hauteur et dont la base a un diamètre de 2 cm.

12.2 - Compléter le tableau de mesures de cylindres suivant :

Rayon	Diamètre	Hauteur	Périmètre de base	Aire de base	Aire latérale	Volume
25 mm		7 cm				
	6 cm	1 m				
5 cm						1 litre

12.3 Un cylindre de 10 cm de diamètre et de 15 cm de haut contient déjà 0,8 ℓ de liquide. Peut-on rajouter 0,4 ℓ sans que cela déborde ?

12.4 **(Corrigé)** - Un tuyau d'arrosage cylindrique a 25 mm de diamètre. Quelle est sa longueur sachant que lorsqu'il est plein, il contient 5 ℓ d'eau ?

12.5 - Représenter un prisme droit de bases triangulaires ABC et A'B'C'.
Les arêtes latérales sont [AA'], [BB'], [CC'] et l'on suppose que les bases appartiennent à des plans horizontaux.

a) Combien y a-t-il de faces latérales ? Quelle est la forme des faces latérales ? Les faces latérales appartiennent-elles à des plans verticaux, horizontaux ?

b) Le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que AB = 2 cm et BC = 2,8 cm. De plus AA' = 6 dm. Calculer l'aire latérale du prisme et son volume.

12.6 - a) Une piscine de 20 m de long et de 12 m de large possède un fond en pente régulière. La profondeur à une extrémité est de 0,70 m et de 2,70 m à l'autre. La piscine est remplie d'eau jusqu'à 15 cm du bord. Quel est le volume d'eau contenu par la piscine ?

b) On suppose que le corps humain occupe un volume de 1 ℓ = 1 dm^3 par kilo. Un sauveteur de masse 80 Kg plonge dans la piscine. De combien de mm, le niveau de l'eau va-t-il monter ? *(Ne pas hésiter à faire un schéma).*

12.7 Il reste 6 cm de soupe dans une cocotte dont le diamètre est de 29 cm. Pour libérer la cocotte, on voudrait mettre la soupe restante dans un récipient plastique rectangulaire mesurant 20 cm sur 18 cm. Quelle doit être la hauteur du récipient pour que cela ne déborde pas.

Partie C : CORRIGES

Chapitre I : SUITES D'OPERATIONS ET CALCUL LITTERAL

1.1 - Il faut d'abord calculer les expressions entre les parenthèses, puis les enlever. Ensuite, la multiplication est prioritaire devant l'addition :

$3{,}4\times(1{,}7-0{,}9) = 3{,}4\times(0{,}8)$

$= \underline{\mathbf{2{,}72}}$

$13{,}6\times1{,}5\times(9{,}6-8{,}4) = 13{,}6\times1{,}5\times(1{,}2)$

$= 20{,}4\times1{,}2$

$= 24{,}48$

$15+3\times5-(2+8) = 15+15-(10)$

$= 30-10$

$\mathbf{=} \underline{\mathbf{20}}$

$5\times(2{,}7-0{,}9)+12\times(3{,}4-0{,}6) =$

$= 5\times1{,}8+12\times2{,}8$

$= 9+33{,}6$

$\mathbf{=} \underline{\mathbf{42{,}6}}$

$8\times(42-15) = 8\times27$

$= \underline{\mathbf{216}}$

1.11 –

a) $x+3=5$

$x+3+\mathbf{(-3)} = 5+\mathbf{(-3)}$

$\underline{\boldsymbol{x}\mathbf{=2}}$

b) $x-8=42$

$x-8+\mathbf{(+8)} = 42+\mathbf{(+8)}$

$\underline{\boldsymbol{x}\mathbf{=50}}$

c) $2x-3=1$

$2x-3+\mathbf{(+3)} = 1+\mathbf{(+3)}$

$2x=4$

$\underline{\boldsymbol{x}\mathbf{=2}}$

1.14 –

$\mathbf{10}\times2+\mathbf{10}\times7 = \mathbf{10}\times(2+7)$

$= 10\times9$

$\mathbf{=} \underline{\mathbf{90}}$

$5\times\mathbf{4}+\mathbf{4}\times7 = \mathbf{4}\times(5+7)$

$= 4\times12$

$= \underline{\mathbf{48}}$

$3\times\mathbf{c}+4\times\mathbf{c} = \mathbf{c}\times(3+4)$

$= \underline{\mathbf{7c}}$

Chapitre II : ECRITURES FRACTIONNAIRES ET OPERATIONS

2.5 – Il faut décomposer les nombres en produit de facteurs premiers :

$$\frac{42}{126} = \frac{2\times3\times7}{2\times3\times3\times7} = \frac{2}{2}\times\frac{3}{3}\times\frac{7}{7}\times\frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{33}{11} = \frac{3\times11}{11} = \frac{11}{11}\times3 = \boxed{3}$$

$$\frac{207}{36} = \frac{3\times3\times23}{2\times2\times3\times3} = \frac{3}{3}\times\frac{3}{3}\times\frac{23}{2\times2} = \boxed{\frac{23}{4}}$$

2.12 – Une remise sur une pendulette de 15 € signifie que la remise vaut 25% du prix initial de la pendulette.

Montant de la remise : $\frac{25}{100}\times15 = 3{,}75$

Prix de la pendulette soldée : $15-3{,}75 = 11{,}25$

M. Legal payera 11,25 €.

2.24 – Aire d'un carré de 2 cm de côté : A = 4 cm²

B : Aire désirée = $\frac{9}{4}\times\text{A} = \frac{9}{4}\times4 = 9$ cm²

B = côté × côté. Or $3\times3=9$

Le carré fera 3 cm de côté.

Chapitre III : NOMBRES RELATIFS ET OPERATIONS

3.2 – Les entiers strictement supérieurs à – 3 et inférieurs ou égaux à 2 sont : - 2 ; - 1 ; 0 ; 1 ; 2.
Les entiers supérieurs ou égaux à – 7 et strictement inférieurs à – 6 sont : - 7.

3.13 –

$3x+2x+7x = (3+2+7)x$

$= \underline{\mathbf{12}\boldsymbol{x}}$

$3x+2y+4x-y = 3x+4x+2y-y$

$= (3+4)x+(2-1)y$

$= 7x+1y = \underline{\mathbf{7}\boldsymbol{x}\mathbf{+}\boldsymbol{y}}$

$3(2x+1) = 3\times2x+3\times1$

$= \underline{\mathbf{6}\boldsymbol{x}\mathbf{+3}}$

$5(3\text{a})-2(3\text{a}) = 15\text{a}-6\text{a}$

$= (15-6)\text{a}$

$= \underline{\mathbf{9a}}$

3.17 –

a)
$$- 3x + 5 = 2x - 3$$
$$- 3x + 5 + \mathbf{(- 2x)} = 2x - 3 + \mathbf{(- 2x)}$$
$$- 3x - 2x + 5 + \mathbf{(- 5)} = 2x - 2x - 3 + \mathbf{(- 5)}$$
$$(- 3 - 2)x = - 3 - 5$$
$$- 5x = - 8$$
$$x = \frac{-8}{-5}$$
$$\boxed{x = \frac{8}{5}}$$

b)
$$(- x + 3) - (6 - x) = 3x - 8$$
$$- x + 3 - 6 + x = 3x - 8$$
$$0x - 3 = 3x - 8$$
$- 3 = 3x - 8$ soit : $3x - 8 = - 3$
$$3x - 8 + \mathbf{(+ 8)} = - 3 + \mathbf{(+ 8)}$$
$$3x = - 3 + 8$$
$$3x = 5$$
$$\boxed{x = \frac{5}{3}}$$

c)
$$(x - 7) + (6 - 2x) = 4x - 10$$
$$x - 7 + 6 - 2x = 4x - 10$$
$$- x - 1 = 4x - 10$$
$$- x - 1 + \mathbf{(- 4x)} = 4x - 10 + \mathbf{(- 4x)}$$
$$- 5x - 1 + \mathbf{(+1)} = - 10 + \mathbf{(+ 1)}$$
$$- 5x = - 9$$
$$x = \frac{-9}{-5}$$
$$\boxed{x = \frac{9}{5}}$$

Chapitre IV : PROPORTIONNALITE

4.1 –

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{5 \times 1}{5 \times 20} = \frac{1}{20}$$
$$12{,}5\% = \frac{12{,}5}{100} = \frac{125}{1000} = \frac{5 \times 25 \times 1}{25 \times 4 \times 2 \times 5} = \frac{1}{8}$$
$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 \times 1}{25 \times 4} = \frac{1}{4}$$
$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{2 \times 3 \times 10}{2 \times 5 \times 10} = \frac{3}{5}$$
$$90\% = \frac{90}{100} = \frac{9 \times 10}{10 \times 10} = \frac{9}{10}$$

4.2 –

a)

12	x
8	7

$$x = \frac{7 \times 12}{8} = \frac{7 \times 4 \times 3}{4 \times 2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$$
$$y = \frac{6 \times 9}{5} = \frac{54}{5} = 10{,}8$$
$$z = \frac{60 \times 100}{15} = \frac{4 \times 15 \times 100}{15} = \frac{400}{1} = 400$$
$$t = \frac{7200 \times 81}{65} = \frac{5 \times 2 \times 10 \times 72 \times 81}{5 \times 13} = \frac{116640}{13} = 8972{,}3$$

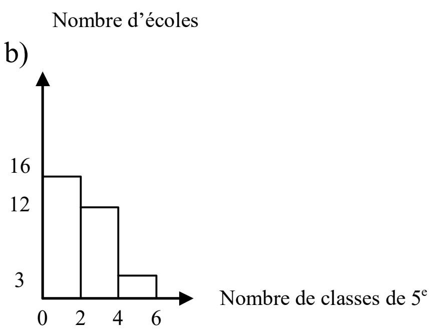
4.4 – Ce qui est en gras est dans l'énoncé :

Nombres de barrettes	**10**	**20**	**13**	50
Coût (en euros)	**3**	6	3,9	**15**

Chapitre V : REPRESENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

5.2- a) A la réponse combien d'écoles ont plus de 3 classes, il faut comptabiliser celles qui en ont 4, 5, etc. **Il y en a 6.**
De même on compte **15 écoles** qui ont plus de 2 classes.

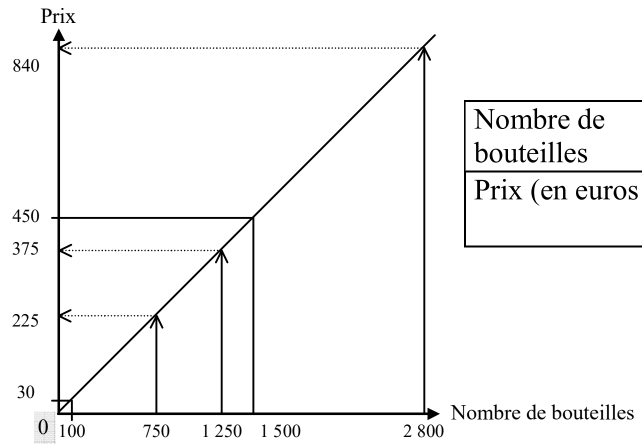
b)



5.5 -

Nombre de bouteilles	100	1500
Prix (en euros)	30	450

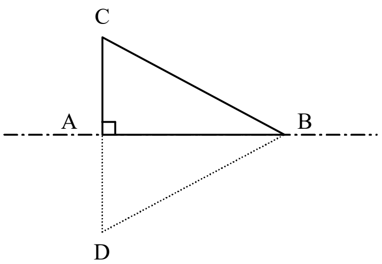
C'est un tableau de proportionnalité de rapport 0,3.
En lisant le graphe, on trouve :



Nombre de bouteilles	**750**	**1252**	**2800**
Prix (en euros)	225	375	840

RAPPELS DE GÉOMÉTRIE

R.2 -

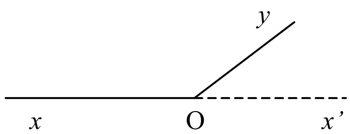


a) A et B sont sur l'axe de symétrie, ils sont donc leurs propres images.
S(A) = A
S(B) = B
S(C) = C'

La symétrie axiale conserve les longueurs, donc l'image de [BC] est un segment de même longueur. Alors BC = BC'. D'où CC'B est **<u>un triangle isocèle en B.</u>**

b) (AB) est la médiatrice de [CC'], donc AC = AC'. De plus (AC) est perpendiculaire à (AB), donc A est le milieu de [CC']. Alors si CC' = 2AC = BC = BC', BCC' serait **<u>équilatéral.</u>**

R.6 -

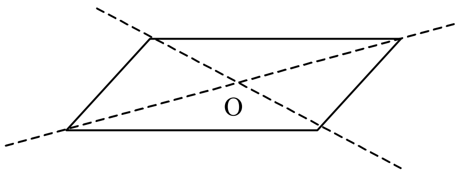


mes($x\hat{O}y$) > 180°, il faut donc considérer l'autre angle $x\hat{O}y$ formé.
$x\hat{O}y = x\hat{O}x' + x'\hat{O}y$
$x'\hat{O}y$ = 195 – 180 = 15°
$x\hat{O}y$ et $x'\hat{O}y$ sont supplémentaires.
mes($x\hat{O}y$) = 180 – 15 = 165°
$x\hat{O}y$ est obtus.

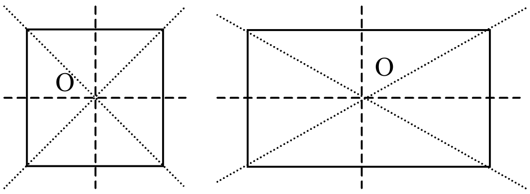
<u>Chapitre VI :</u> SYMETRIE CENTRALE

6.3 -

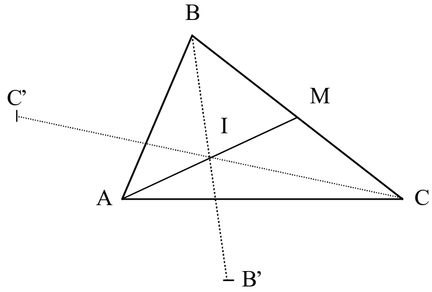
Quel que soit le parallélogramme dont on parle, le centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales.



Pour un carré et un rectangle, c'est aussi l'intersection des médianes.



6.9– a), b)

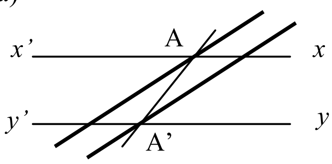


c) B, M et C sont alignés.
L'image de M par la symétrie de centre I est A.
L'image de B par la symétrie de centre I est B'.
L'image de C par la symétrie de centre I est C'.
Or la symétrie centrale conserve les alignements donc **<u>A, B' et C' sont alignés</u>**.

<u>Chapitre VII : </u>ANGLES

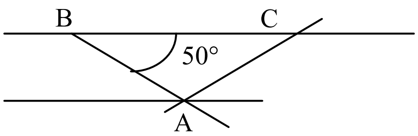
7.3 -

a)



b) Les angles $x'\hat{A}A'$ et $A\hat{A}'y$ sont des angles alternes – internes et sont donc égaux.
c) L'angle formé par la bissectrice de $x'\hat{A}A'$ et la droite (D) est égal à celui formé par (D) et la bissectrice de $A\hat{A}'y$.
Ces angles sont égaux et ont la droite (D) en commun. Ils sont alternes – internes.
<u>Les deux bissectrices sont donc parallèles.</u>

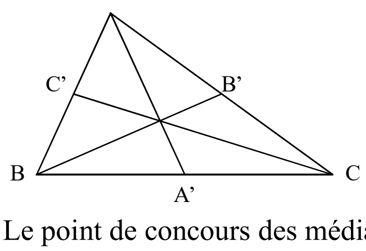
7.10 -



1) Tracer les droites (D) et (D').
2) Placer B sur (D').
3) Tracer une droite passant par B formant un angle de 50° avec (D').
4) Le point A est le point d'intersection de cette droite avec (D).
5) Le point C appartient à (D') tel que AC = AB avec le compas.

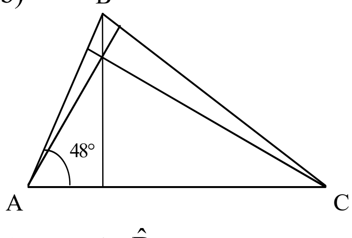
<u>Chapitre VIII : </u>TRIANGLES

8.1 -



Le point de concours des médianes est le centre de gravité.

b)



c) L'angle $\hat{B}$ mesure 48,2°. C'est un angle aigu.

8.8 -

a) 1) Je trace le segment [AB] avec une **règle graduée**.
2) Avec le **rapporteur**, je forme un angle de 48° avec (AB) en A.
3) Avec le **compas**, je place le point C tel que AC = 4 cm.

8.14 -

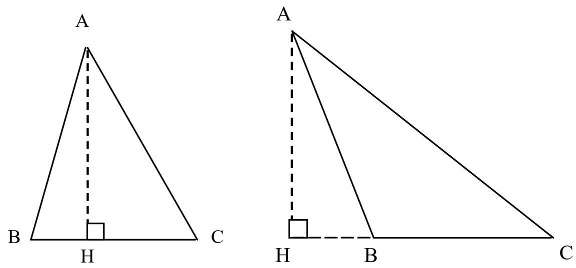
$$S = \frac{1}{2} BC \times AH$$

$$\text{Soit : } \frac{1}{2} \times BC \times 7 = 21$$

$$BC \times 7 = 42$$

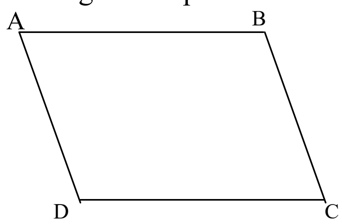
$$BC = \frac{42}{7} = 6$$

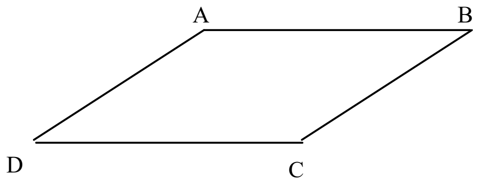
Pour construire le triangle, on a AH = 7 cm
BC = 6 cm
(BC) $\perp$ (AH)
Voici deux solutions parmi leur infinité.



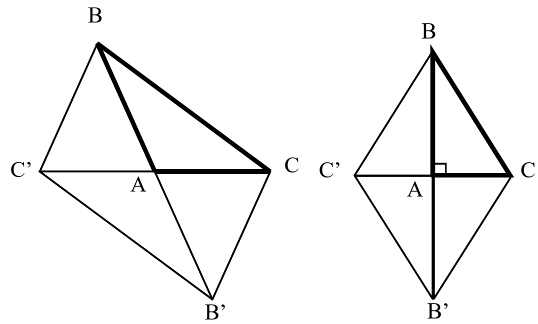
Chapitre IX : LE PARALLELOGRAMME

9.1 - Il y a une infinité de solutions (autant qu'il y a d'angles compris entre 0° et 90°).





9.4 -



a) A est le milieu de [BB'] et de [CC']. Or [BB'] et [CC'] sont les diagonales de BCB'C'. Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est **un parallélogramme**.

b) Si ABC est rectangle en A, BCB'C' est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires, **c'est un losange**.

Chapitre X : QUADRILATERES PARTICULIERS ET SYMETRIES

10.4 - On sait que la surface d'un rectangle est donnée par la formule suivante :

$S = \text{longueur} \times \text{largeur}$

$S = x \times y$ on note : **$S = x.y$**

10.7 - 1) Faire un croquis à main levée pour avoir une idée de la solution.
2) Placer les points A et I. Tracer la droite (AI).
3) Placer C sur (AI) tel que AI = IC.
4) Tracer la perpendiculaire à (AI) passant par I : (BD).
5) Placer les points B et D tels que : AI = ID = IB.
6) Tracer ABCD.

Chapitre XI : UNITES DE MESURE, PERIMETRE, AIRE ET VOLUME

11.1 – a) Dans un cube, il y a **12 arêtes** toutes égales.
b) $12 \times (\text{une longueur d'arête}) = 360\ \text{cm}$

une longueur d'arêtes est 30 cm.

c) Un cube est constitué de 6 carrés égaux. Son aire latérale est égale à 6 fois l'aire d'une face d'un carré donc :

$A = 6 \times 30 \times 30 = 5\,400$

A = 5 400 cm² = 0,54 m²

d) $V = a \times a \times a = a^3 = (30)^3 = 27\,000$

$V = 27\,000\ cm^3 = 0{,}027\ m^3$

e) Périmètre d'une face = $4 \times c$
(la longueur d'une arête) = $4 \times 30 = 120$
Périmètre = 120 cm = **<u>1,2 m</u>**

<u>Chapitre XII :</u> PRISMES DROITS ET CYLINDRES DE REVOLUTION

12.4 - Avant tout, il faut convertir les valeurs numériques en décimètres.
Diamètre = 25 mm = 0,25 dm.
V = 5 litres = 5 dm^3
Soit L la longueur du tuyau en dm.

Or le volume d'un cylindre est : $V = \pi \times R^2 \times L$
Le rayon est : $\frac{\text{diamètre}}{2} = 0{,}125$ dm
On a alors : $5 = \pi \times (0{,}125)^2 \times L$
$$L = \frac{5}{\pi \times 0{,}125^2} \approx 101{,}86$$

La longueur du tuyau est de 101,86 dm soit, **<u>10,2 m.</u>**